Analisi Matematica 2 - 23/1/13 - Compito 6

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 3) Sia f la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x,y,z,t) = (x \sin t^2, y \cos z^2, t e^{x^2}, z^2 e^{-x}) \ ;$$

   (a) determinare il dominio naturale di f;

   (b) determinare la matrice jacobiana di f in un punto generico del dominio;

   (c) determinare la trasformazione lineare derivata di f in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\} \ .$$

   Risposta.

2. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie

$$\int\int_S dx \wedge dy \ ,$$

   dove S è la superfice

$$\{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3; \ z = 1, \ 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$$

   orientata in modo che per ogni $(x,y,z) \in S$ sia $(\vec{n}(x,y,z))_3 > 0$.

   Svolgimento e risposta.

3. (p. 2) Sia $g : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}$ differenziabile; sia

$$f : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y) \longrightarrow g(\sin x + \cos y, \sin x - \cos y) ;$$

esprimere $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ attraverso le derivate parziali, $D_1 g$, $D_2 g$ di g.

Svolgimento e risposta.

4. (p. 4) Calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_\gamma y^2 \, ds \ ,$$

dove γ è l'arco semplice

$$\{(x, e^x);\ x \in [0, 1]\} \ .$$

Svolgimento e risposta.

5. (p. 4) Data la funzione

$$f : \{(x, y) \in \mathbf{R}^2;\ x^2 \leq y \leq 2 - x^2\} \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y) \longrightarrow x^2 - xy + y \ ,$$

(a) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo;

(b) in caso affermativo, determinare il minimo ed il massimo di f.

Svolgimento e risposta.

6. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' = {y'}^2 + 1 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''' + 2y'' = x^2 + x + 1 \\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio (non è necessario semplificare in risultato):

$$\int\int_D (x^2 - 3y)\, dxdy \ ,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2;\ y^2 \leq x \leq 1\} \ .$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\int\int\int_D z^2\, dxdydz \ ,$$

dove

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2 + y^2 \leq 1 + z^2, 0 \leq z \leq 1\} \ .$$

Svolgimento e risposta.