

Analisi Matematica 2 - 7/2/13 - Compito 7

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : . . .

1. (p. 3) Sia f la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x, y) = (x \sin x^2, \cos y^4, e^{x^2+y^2}, y^2 e^{-x}) ;$$

- (a) determinare il dominio naturale di f ;
- (b) determinare la matrice jacobiana di f in un punto generico del dominio;
- (c) determinare la trasformazione lineare derivata di f in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\} .$$

Risposta.

2. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie

$$\int \int_S x \, dy \wedge dz ,$$

dove S è il triangolo chiuso di vertici $(2, 5, 3)$, $(4, 2, 1)$, $(0, 0, 3)$ orientato in modo che per ogni $(x, y, z) \in S$ sia $(\vec{n}(x, y, z))_3 > 0$.

Svolgimento e risposta.

3. (p. 1) Dire se la seguente forma differenziale è esatta e, in caso affermativo, determinarne l'insieme delle primitive:

$$ye^{xy} dx + xe^{xy} dy + dz .$$

Svolgimento e risposta.

4. (p. 1) Dire se la seguente forma differenziale è esatta e, in caso affermativo, determinarne l'insieme delle primitive:

$$xe^{xy} dx + ye^{xy} dy + dz .$$

Svolgimento e risposta.

5. (p. 4) Calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} x ds ,$$

dove γ è l'arco semplice

$$\{(x, x^2); x \in [0, 1]\} .$$

Svolgimento e risposta.

6. (p. 4) Data la funzione

$$f : \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1\} \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y) \longrightarrow xy + y ,$$

- (a) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo;
- (b) in caso affermativo, determinare il minimo ed il massimo di f .

Per risolvere il sistema che contiene il moltiplicatore di Lagrange, si ricavi λ dalla prima equazione, ecc.

Svolgimento e risposta.

7. (p. 4) Determinare un integrale generale reale del seguente sistema di equazioni differenziali lineari

$$\begin{cases} x' = \frac{3}{2}x + y + \frac{3}{2}z \\ y' = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}z \\ z' = \frac{1}{2}x - y + \frac{1}{2}z \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y^{(4)} + 2y'' + y = x^2 \\ y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 0, y'''(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\int \int_D y^2 \, dx dy \, ,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; \, y \geq 0, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\} \, .$$

Si chiede di non utilizzare formule che diano direttamente $\int \sin^n x, dx$, con $n \geq 2$ e simili.

Svolgimento e risposta.

10. (p. 4) Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\int \int \int_D z^2 \, dx dy dz \, ,$$

dove

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; \, 1 + x^2 + y^2 \leq z \leq 2\} \, .$$

Svolgimento e risposta.