

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 1

[1]. (E) Sia $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y) \rightarrow xy$; determinare la trasformazione lineare $f'(4, -1)$.
RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale $\int \int_D y \, dx \, dy$, dove $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x \leq 0, y \geq 0, -x + y \leq 1\}$.
RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare l'area della superficie cilindrica $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 = r^2, 0 \leq z \leq h\}$, con $r, h > 0$.
RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 2

[1]. (E) Determinare le soluzioni massimali dell'equazione implicita $x^2 + y^2 - 1 = 0$.

RISPOSTA

[2]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'' = e^x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$.

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale di Riemann $\int \int_{[0,1] \times [0,2]} (x + y) \, dx dy$.

RISPOSTA

[1]. (E) Calcolare $\frac{d}{dx} \int_x^0 \sin t^2 dt$.
RISPOSTA

[2]. (E) Sia $f :]0, +\infty[\times \mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^2, (x, y, z) \rightarrow (x^y, xz)$; determinare la trasformazione lineare $f'(x, y, z)$. in un punto $(x, y) \in \text{dom}(f)$.
RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale di una forma differenziale su una traiettoria:

$$\int_{\varphi} y dx + x dy ,$$

dove $\varphi : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbf{R}^2, t \rightarrow (2 \cos t, 3 \sin t)$. **Suggerimento.** La forma differenziale è esatta.
RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 4

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{x}{2x+5} dx .$$

RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare l'area della superficie cilindrica $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 = r^2, 0 \leq z \leq h\}$, con $r, h > 0$.

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx .$$

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 5

[1]. (E) Determinare un integrale generale di $y^{(4)} - y = x$.

RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 2} dx .$$

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 x e^x, dx .$$

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 6

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 e^{2x+3} dx .$$

RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale $\int \int_D y \, dx dy$, dove $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x \leq 0, y \leq 0, -x - y \leq 1\}$.

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il volume della regione limitata dall'ellissoide $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 7

[1]. (E) Trovare le soluzioni dell'equazione differenziale $y' = \sin x$.

RISPOSTA

[2]. (E) Risolvere la seguente equazione differenziale $y' = xy$.

RISPOSTA

[3]. (E) Determinare il gradiente ed il differenziale della seguente funzione scalare in un punto $(x, y) \in \mathbf{R}^2$; esprimere il differenziale in forma canonica: $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y) \rightarrow x^2y + x$.

RISPOSTA

[1]. (E) Trasformare il seguente integrale mediante cambiamento di variabile ponendo $\sqrt{x} = t$

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx .$$

RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{x}{x+2} dx .$$

RISPOSTA

[3]. (E) Determinare un integrale generale di $y'' + 3y' + 2y = 0$.

RISPOSTA

[1]. (E) Determinare una base per lo spazio tangente alla sottovarietà differenziale di \mathbf{R}^3 definita dalla parametrizzazione

$$\begin{cases} x = u + v \\ y = u - v \\ z = u^2 + v^2 \end{cases}, (u, v) \in \mathbf{R}^2$$

nel punto corrispondente ai valori $u = 1$ e $v = 1$ dei parametri.

RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare la lunghezza dell'elica circolare $\{(\cos t, \sin t, t); t \in [0, 2\pi]\}$.

RISPOSTA

[3]. (E) Sia $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \rightarrow e^{xyz}$; sia $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$; determinare il grad $f(x, y, z)$, e $df(x, y, z)$; esprimere $df(x, y, z)$ attraverso i differenziali dx, dy, dz .

RISPOSTA

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale di una forma differenziale su una traiettoria:

$$\int_{\varphi} dx + xdy + xdz ,$$

dove $\varphi : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbf{R}^3, t \rightarrow (\cos t, \sin t, t)$.

RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare l'area della superficie sferica $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = r^2\}$ con $r > 0$.

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx .$$

RISPOSTA

[1]. (E) Determinare il gradiente ed il differenziale della seguente funzione scalare in un punto $(x, y) \in \mathbf{R}^2$; esprimere il differenziale in forma canonica: $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y) \rightarrow x^2y + x$.

RISPOSTA

[2]. (E) Sia $E \in \mathcal{M}_{\mathbf{R}^2}$; sia E misurabile; sia $(x_0, y_0, z_0) \in \mathbf{R}^3$; sia $z_0 \geq 0$; calcolare il volume del cono $\{(x_0, y_0, z_0) + t((\xi, \eta, 0) - (x_0, y_0, z_0)); (\xi, \eta) \in E, t \in [0, 1]\}$.

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx .$$

RISPOSTA

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale di Riemann $\int \int_{[0,1] \times [0,2]} (x + y) dx dy$.
RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \sin^3 x \cos x dx .$$

RISPOSTA

[3]. (E) Sia $f :]0, +\infty[\times \mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^3, (x, y) \rightarrow (x^{\sin x}, x^{\sin y}, y \log x)$; determinare la trasformazione lineare $f'(x, y)$. in un punto $(x, y) \in \text{dom}(f)$.

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 13

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale $\int \int_D y \, dx \, dy$, dove $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2\}$.

RISPOSTA

[2]. (E) Dire se la seguente forma differenziale è esatta; in caso affermativo trovare l'insieme delle primitive: $xy \, dx + y^2 \, dy$.

RISPOSTA

[3]. (E) Determinare le soluzioni massimali dell'equazione implicita $x^2 + y^2 - 1 = 0$.

RISPOSTA

- [1]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \sin x \\ y(0) = 1 \end{cases}$.

RISPOSTA

- [2]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 x^2 e^{x^3+1} dx .$$

RISPOSTA

- [3]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} e^y y' = \operatorname{tg} x \\ y(0) = 0 \end{cases}$.

RISPOSTA

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 e^{2x+3} dx .$$

RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare l'area della regione limitata dall'ellisse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

RISPOSTA

[3]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'' - xy' = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$; è sufficiente esprimere la soluzione attraverso un integrale.

RISPOSTA