

Analisi Matematica 2 - 10/6/14 - Compito 1 - Versione 1

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 3) Sia f la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x, y) = ((x - y)^x, (x - y)^y) ;$$

- (a) determinare il dominio naturale di f ;
- (b) determinare la matrice jacobiana di f in un punto generico del dominio;
- (c) determinare la trasformazione lineare derivata di f in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\} .$$

Svolgimento e risposta.

2. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie

$$\int \int_S (x + z) ds ,$$

dove S è la superficie

$$\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 = 4, 0 \leq z \leq 1, x \geq 0\} .$$

Svolgimento e risposta.

3. (p. 2) Determinare e classificare gli estremanti relativi della seguente funzione

$$f : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y) \longrightarrow x^2y + xy + 3 .$$

Svolgimento e risposta.

4. (p. 4) Calcolare il seguente integrale curvilineo di forme differenziali

$$\int_{\Gamma} (x^2 + y) dy ,$$

dove Γ è la curva orientata

$$\left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2; \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1, x \geq 0, y \geq 0 \right\} ,$$

con orientazione per la quale il punto iniziale di Γ è $(3, 0)$ e il punto finale $(0, 2)$.

Si chiede di non usare formule che diano direttamente le primitive di $\sin^n t$ o di $\cos^n t$, per $n \neq 1$, o formule simili.

Svolgimento e risposta.

5. (p. 4) Data la funzione

$$f : \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; 0 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2\} \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \longrightarrow x - y + z ,$$

(a) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo;

(b) in caso affermativo, determinare il minimo ed il massimo di f .

Svolgimento e risposta.

6. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{3(1-y^2)}{x} \\ y(1) = 0 \end{cases} .$$

Si chiede di non utilizzare formule che diano direttamente le primitive di una funzione razionale non figurante negli integrali indefiniti di base.

Svolgimento e risposta.

7. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 4y = e^{2x} \\ y(0) = 0, y'(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio (non è necessario semplificare il risultato):

$$\int \int_D y \, dx dy ,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; y \geq x^2, x^2 + y^2 \leq 1\} .$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\int \int \int_D z^2 \, dx dy dz ,$$

dove

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 \leq z^2, 1 \leq z \leq 2\} .$$

Svolgimento e risposta.

Analisi Matematica 2 - 10/6/14 - Compito 1 - Versione 2

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 3) Sia f la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x, y) = ((y - x)^y, (y - x)^x) ;$$

- (a) determinare il dominio naturale di f ;
(b) determinare la matrice jacobiana di f in un punto generico del dominio;
(c) determinare la trasformazione lineare derivata di f in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\} .$$

Svolgimento e risposta.

2. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie

$$\int \int_S (x + y) ds ,$$

dove S è la superficie

$$\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + z^2 = 4, 0 \leq y \leq 1, x \geq 0\} .$$

Svolgimento e risposta.

3. (p. 2) Determinare e classificare gli estremanti relativi della seguente funzione

$$f : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y) \longrightarrow xy^2 - 2xy + 2 .$$

Svolgimento e risposta.

4. (p. 4) Calcolare il seguente integrale curvilineo di forme differenziali

$$\int_{\Gamma} (x + y^2) dx ,$$

dove Γ è la curva orientata

$$\left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2; \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1, x \leq 0, y \geq 0 \right\} ,$$

con orientazione per la quale il punto iniziale di Γ è $(0, 3)$ e il punto finale $(-2, 0)$.

Si chiede di non usare formule che diano direttamente le primitive di $\sin^n t$ o di $\cos^n t$, per $n \neq 1$, o formule simili.

Svolgimento e risposta.

5. (p. 4) Data la funzione

$$f : \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; 0 \leq y \leq 1 - x^2 - z^2\} \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \longrightarrow x - y + z ,$$

(a) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo;

(b) in caso affermativo, determinare il minimo ed il massimo di f .

Svolgimento e risposta.

6. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{2(4-y^2)}{x} \\ y(1) = 0 \end{cases} .$$

Si chiede di non utilizzare formule che diano direttamente le primitive di una funzione razionale non figurante negli integrali indefiniti di base.

Svolgimento e risposta.

7. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 9y = e^{-3x} \\ y(0) = 0, y'(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio (non è necessario semplificare il risultato):

$$\int \int_D x \, dx dy ,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x \geq y^2, x^2 + y^2 \leq 1\} .$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\int \int \int_D y^2 \, dx dy dz ,$$

dove

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + z^2 \leq y^2, 1 \leq y \leq 2\} .$$

Svolgimento e risposta.

Analisi Matematica 2 - 10/6/14 - Compito 1 - Versione 3

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 3) Sia f la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x, y) = (x^{y-x}, y^{x-y}) ;$$

- (a) determinare il dominio naturale di f ;
(b) determinare la matrice jacobiana di f in un punto generico del dominio;
(c) determinare la trasformazione lineare derivata di f in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\} .$$

Svolgimento e risposta.

2. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie

$$\int \int_S (x + y) ds ,$$

dove S è la superficie

$$\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; y^2 + z^2 = 4, 0 \leq x \leq 1, y \geq 0\} .$$

Svolgimento e risposta.

3. (p. 2) Determinare e classificare gli estremanti relativi della seguente funzione

$$f : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y) \longrightarrow x^2 + xy + y^2 + 5 .$$

Svolgimento e risposta.

4. (p. 4) Calcolare il seguente integrale curvilineo di forme differenziali

$$\int_{\Gamma} (x^2 - y^2) dy ,$$

dove Γ è la curva orientata

$$\left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2; \frac{x^2}{9} + y^2 = 1, x \geq 0, y \leq 0 \right\} ,$$

con orientazione per la quale il punto iniziale di Γ è $(0, -1)$ e il punto finale $(3, 0)$.

Si chiede di non usare formule che diano direttamente le primitive di $\sin^n t$ o di $\cos^n t$, per $n \neq 1$, o formule simili.

Svolgimento e risposta.

5. (p. 4) Data la funzione

$$f : \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; 0 \leq x \leq 1 - y^2 - z^2\} \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \longrightarrow x - y + z ,$$

(a) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo;

(b) in caso affermativo, determinare il minimo ed il massimo di f .

Svolgimento e risposta.

6. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{9-y^2}{x} \\ y(1) = 0 \end{cases} .$$

Si chiede di non utilizzare formule che diano direttamente le primitive di una funzione razionale non figurante negli integrali indefiniti di base.

Svolgimento e risposta.

7. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 16y = 2e^{4x} \\ y(0) = 0, y'(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio (non è necessario semplificare il risultato):

$$\int \int_D y \, dx dy ,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; y \leq -x^2, x^2 + y^2 \leq 20\} .$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\int \int \int_D x^2 \, dx dy dz ,$$

dove

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; y^2 + z^2 \leq x^2, 1 \leq x \leq 2\} .$$

Svolgimento e risposta.