

Analisi Matematica 2 - 8/9/14

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : . . .

1. (p. 3) Sia f la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x, y) = (x^y, y^x) ;$$

- (a) determinare il dominio naturale di f ;
- (b) determinare la matrice jacobiana di f in un punto generico del dominio;
- (c) determinare la trasformazione lineare derivata di f in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\} .$$

Risposta.

2. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie

$$\int \int_S z \, dx \wedge dy ,$$

dove S è il triangolo di vertici $(1, 3, 5)$, $(4, 1, 0)$, $(7, 2, 1)$ orientato in modo che per ogni $(x, y, z) \in S$ sia $(\vec{n}(x, y, z))_3 > 0$.

Svolgimento e risposta.

3. (p. 4) Calcolare il seguente integrale curvilineo:

$$\int_{\gamma} y^2 ds ,$$

dove

$$\gamma = [(0, 0), (2, 2)] \cup \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 = 8, y \geq 0, y \leq x \right\} .$$

Si chiede di non utilizzare formule che diano direttamente le primitive di $\cos^n t$ o di $\sin^n t$, per $n \neq 1$.

Svolgimento e risposta.

4. (p. 4) Data la funzione

$$f : \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0, y \leq x\} \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y) \longrightarrow 3x + 2y ,$$

(a) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo;

(b) in caso affermativo, determinare il minimo ed il massimo di f .

Svolgimento e risposta.

5. (p. 3) Sia f la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x, y) = x \log(x - y) ;$$

(a) determinare il dominio di f ;

(b) determinare e classificare gli estremanti relativi di f .

Svolgimento e risposta.

6. (p. 3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{\sqrt[4]{y}} \\ y(0) = 1 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 4) Sia $\alpha \in \mathbf{R}_+$; trovare in funzione di α , in forma reale, tutte le soluzioni di

$$y'' + \alpha y = e^{\alpha x} .$$

Suggerimento. Si considerino i casi $\alpha > 0$ e $\alpha = 0$.

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\int \int_D (x + y) \, dx dy ,$$

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; \, x^2 + y^2 \leq 4, \, -1 \leq x \leq 1, \, y \geq 0\} .$$

Suggerimento. Si utilizzino le simmetrie.

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\int \int \int_D x \, dx dy dz ,$$

dove

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; \, 0 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2, \, x \geq 0, \, y \geq 0\} .$$

Si chiede di non utilizzare formule che diano direttamente le primitive di $\cos^n t$ o di $\sin^n t$, per $n \neq 1$.

Svolgimento e risposta.