Analisi Matematica 2 - 8/1/15

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 3) Sia
$$f : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^3, (x, y, z) \longrightarrow (x^2 y, x - y + z, xz) \ ;$$

   (a) determinare la trasformazione lineare $f'(1, 0, 2)$ esprimendola nella forma $T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\}$, esplicitando V, W e $\mathcal{T}\{h\}$.

   (b) dire se esiste un intorno aperto U di $(1, 0, 2)$ tale che
$$U \longrightarrow f(U), u \longrightarrow f(u)$$
è un diffeomorfismo;

   (c) in caso affermativo, indicato ancora con f tale diffeomorfismo, si determini $f(1, 0, 2)$ e la trasformazione lineare $(f^{-1})'\big(f(1, 0, 2)\big)$ esprimendo la trasformazione lineare nella forma sopra descritta.

   Risposta.

2. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie di funzione
$$\int\int_S y \, ds \ ,$$
dove
$$S = \left\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; \ x \geq 0, \ y \geq 0, \ z \geq 0, \ \frac{x}{2} + y + \frac{z}{3} = 1\right\} \ .$$

   Svolgimento e risposta.

3. (p. 4) Calcolare il seguente integrale curvilineo di forma differenziale:

$$\int_\Gamma x\,dy\ ,$$

dove Γ è la curva

$$\{x, y) \in \mathbf{R}^2;\ \frac{x^2}{4} + y^2 = 1\}\ ,$$

orientata in modo che $\vec{t}(0, 1) = (1, 0)$.

La verifica dell'orientazione può essere svolta a livello intuitivo.

Si chiede di non utilizzare formule che diano direttamente le primitive di $\cos^n t$ o di $\sin^n t$, per $n \neq 1$.

Svolgimento e risposta.

4. (p. 4) Data la funzione

$$f : \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ x \geq 0,\ y \geq 0,\ z \geq 0,\ \frac{x}{2} + y + \frac{z}{3} \leq 1\} \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \longrightarrow 3x - 4y + z\ ,$$

(a) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo;

(b) in caso affermativo, determinare il minimo ed il massimo di f.

Svolgimento e risposta.

5. (p. 2) Trovare delle equazioni parametriche o cartesiane dello spazio tangente, della varietà lineare tangente, dello spazio normale, della varietà lineare normale alla sottovarietà (curva)

$$S = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2;\ x = 10 - y^2\}$$

nel punto $(1, 3)$.

Svolgimento e risposta.

6. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = e^{x+y} \\ y(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''' - 2y'' + y' = 5 \\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\int\int_D y\,dxdy\ ,$$

dove

$$D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2;\ x^2 \le y \le 1 - x^2\}\ .$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\int\int\int_D y\,dxdydz\ ,$$

dove

$$D = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2 + y^2 + x^2 \le 4, -y \le x \le y\}\ .$$

Suggerimento. Si usino le coordinate sferiche, avendo presente nel piano la posizione della regione $\{(x,y) \in \mathbf{R}^2;\ -y \le x \le y\}$.

Si chiede di non utilizzare formule che diano direttamente le primitive di $\cos^n t$ o di $\sin^n t$, per $n \neq 1$.

Svolgimento e risposta.