Analisi Matematica 2 - 23/1/15 - Compito 6

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 3) Sia f la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x,y) = \operatorname{Arctg} x^y \ ;$$

   (a) determinare il dominio naturale di f;

   (b) determinare il gradiente di f in un punto generico del dominio;

   (c) determinare la trasformazione lineare differenziale di f in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\} \ .$$

   (d) esprimere il differenziale come combinazione lineare delle forme lineari dx_i.

   Risposta.

2. (p. 4) Calcolare il seguente integrale curvilineo di forma differenziale:

$$\int_\Gamma xy\, dx \ ,$$

   dove Γ è l'arco semplice.

$$\{x,y) \in \mathbf{R}^2;\ (x-4)^2 + y^2 = 1,\ (x-2)^2 + y^2 \leq 4,\ y \geq 0\} \ ,$$

   orientata in modo che $(3,0)$ sia il punto finale. Non è necessario semplificare il risultato.

   Si chiede di non utilizzare formule che diano direttamente le primitive di $\cos^n t$ o di $\sin^n t$, per $n \neq 1$.

   Svolgimento e risposta.

3. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie di funzione

$$\int\int_S (2z + x - 3y)\, ds \ ,$$

dove

$$S = \left\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ 0 \le x \le 1,\, 0 \le y \le 1,\ z = 3 - x - y\right\} \ .$$

Svolgimento e risposta.

4. (p. 2) Sia

$$f : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y) \longrightarrow \int_{\text{Arctg}\, y^2}^{\text{Arctg}\, x^2} \sqrt{1 + t^4}\, dt \ ;$$

calcolare le derivate parziali di f.

Svolgimento e risposta.

5. (p. 4) Data la funzione

$$f : \{(x, y) \in \mathbf{R}^2;\ x^2 + y^2 \le 1, (x - 1)^2 + y^2 \le 1\} \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y) \longrightarrow 3x - y \ ,$$

(a) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo;

(b) in caso affermativo, determinare il minimo ed il massimo di f.

Svolgimento e risposta.

6. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{y^3+1}{y^2} \\ y(0) = 1 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''' + y'' = 6x + 2 \\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\int\int_D x^3 \, dxdy \ ,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2;\ x^2 + y^2 \leq 1,\ y \geq 0,\ y \leq x\} \ .$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\int\int\int_D z^2 \, dxdydz \ ,$$

dove

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ 4(x^2 + y^2) \leq (2 - z)^2, 0 \leq z \leq 1\} \ .$$

Si chiede di non utilizzare formule che diano direttamente le primitive di $\cos^n t$ o di $\sin^n t$, per $n \neq 1$.

Svolgimento e risposta.