

Analisi Matematica 2 - 10/2/15 - Compito 7

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : . . .

1. (p. 3) Sia f la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x, y, z) = (\log(xyz), x \log(yz)) ;$$

- (a) determinare il dominio naturale di f ;
- (b) determinare la matrice jacobiana di f in un punto generico del dominio;
- (c) determinare la trasformazione lineare derivata di f in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\} .$$

Risposta.

2. (p. 4) Calcolare l'area della seguente superficie

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; z = x^2 + y^2, z \leq 1\} .$$

Svolgimento e risposta.

3. (p. 4) Calcolare il seguente integrale curvilineo di forma differenziale:

$$\int_{\Gamma} x \, dx + x \, dy ,$$

dove Γ è la curva

$$\{x, y\} \in \mathbf{R}^2; (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1\} ,$$

orientata in modo che $\vec{t}(1,0) = (1,0)$.

Si chiede di non utilizzare formule che diano direttamente le primitive di $\cos^n t$ o di $\sin^n t$, per $n \neq 1$.

Svolgimento e risposta.

4. (p. 2) Sia $g : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}$ differenziabile; sia

$$f : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y) \longrightarrow g(\sin(xy), \cos(xy)) ;$$

esprimere $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ attraverso le derivate parziali di g , , $D_1 g$, $D_2 g$.

Svolgimento e risposta.

5. (p. 4) Data la funzione

$$f : \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} \leq 1, z \geq 0\} \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \longrightarrow x + 2y - z ,$$

- (a) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo;
- (b) in caso affermativo, determinare il minimo ed il massimo di f .

Svolgimento e risposta.

6. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = (\sin x)y + \sin x \\ y(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 4) Sia $\alpha \in \mathbf{R}_+$; trovare, in funzione di α tutte le soluzioni dell'equazione differenziale lineare

$$y'' - \alpha y = e^{\alpha x} .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\int \int_D y \, dx dy ,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; (x-1)^2 \leq y \leq 1-x^2\} .$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\int \int \int_D z \, dx dy dz ,$$

dove

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} \leq 1, z \geq 0\} .$$

Si chiede di non utilizzare formule che diano direttamente le primitive di $\cos^n t$ o di $\sin^n t$, per $n \neq 1$.

Svolgimento e risposta.