

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 1

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 (x^5 + 1)^7 x^4 dx .$$

RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale  $\int \int_D y dx dy$  , dove  $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x \leq 0, y \leq 0, -x - y \leq 1\}$ .

RISPOSTA

[3]. (E) Determinare le soluzioni massimali dell'equazione implicita di incognia  $y(x)$ ,  $x^2 + y^2 - 1 = 0$ .

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 2

[1]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy  $\begin{cases} y'' = x^2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$  .

RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_{-\frac{1}{2}}^0 \frac{x}{x^2 - 1} dx .$$

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale di una forma differenziale su una traiettoria:

$$\int_{\varphi} xydx + xdy ,$$

dove  $\varphi : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}^2, t \rightarrow (2t, 2 - t)$ .

RISPOSTA

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale di una forma differenziale su una traiettoria:

$$\int_{\varphi} 2xydx + x^2dy ,$$

dove  $\varphi : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}^2, t \rightarrow ((t+1)^3, (t^2+1)^4)$ . **Suggerimento.** La forma differenziale è esatta.

RISPOSTA

[2]. (E) Determinare un integrale generale di  $y''' + y = 1$ .

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale curvilineo:  $\int_{\gamma} y ds$  dove  $\gamma = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 = 4, y \geq 0\}$ .

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 4

[1]. (E) Sia  $E \in \mathbf{M}_{\mathbf{R}^2}$ ; sia  $E$  misurabile; sia  $(\forall (x', z') \in E) x' \geq 0$ ; sia  $D = \{x' \cos \theta, x' \sin \theta, z'; (x', z') \in E, \theta \in [0, 2\pi]\}$  il solido di rotazione ottenuto ruotando  $E$  attorno all'asse  $\mathbf{e}_3$ ; calcolare  $\text{mis}(D)$  esprimendolo mediante un integrale doppio su  $E$ .

RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 3} dx .$$

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale  $\int \int \int_D z \, dx dy dz$ , dove  $D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}$ .

RISPOSTA

[1]. (E) Trasformare il seguente integrale mediante cambiamento di variabile ponendo  $e^x = t$

$$\int_0^1 \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx .$$

RISPOSTA

[2]. (E) Determinare un integrale generale di  $\begin{cases} x' = 2x \\ y' = x + 2y \end{cases}$  .

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{x}{2x + 5} dx .$$

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 6

[1]. (E) Calcolare l'area del cerchio di centro  $(0, 0)$  e raggio  $r$ .

RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \text{Arcsin } x \, dx .$$

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare l'area della superficie cilindrica  $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 = r^2, 0 \leq z \leq h\}$ , con  $r, h > 0$ .

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 7

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx .$$

RISPOSTA

[2]. (E) Determinare un integrale generale di  $y'' + y = 0$  .

RISPOSTA

[3]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = 2xy \\ y(0) = 1 \end{cases}$  .

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 8

[1]. (E) Sia  $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto e^{xyz}$ ; sia  $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$ ; determinare il grad  $f(x, y, z)$ , e  $df(x, y, z)$ ; esprimere  $df(x, y, z)$  attraverso i differenziali  $dx, dy, dz$ .

RISPOSTA

[2]. (E) Determinate la soluzione massimale del problema implicito  $\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$ .

RISPOSTA

[3]. (E) Trovare le soluzioni dell'equazione differenziale  $y' = \sin x$ .

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 9

[1]. (E) Sia  $f : ]0, +\infty[ \times \mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^2, (x, y, z) \rightarrow (x^y, xz)$ ; determinare la trasformazione lineare  $f'(x, y, z)$ . in un punto  $(x, y, z) \in \text{dom}(f)$ .

RISPOSTA

[2]. (E) Trovare i punti critici e i punti di massimo e di minimo relativo della seguente funzione:  $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \rightarrow x^2 - xy + y^2 + z^2 + 1$ .

RISPOSTA

[3]. (E) Dire se la seguente forma differenziale è esatta; in caso affermativo trovare l'insieme delle primitive:  $x dx + xz dy + z^2 dz$ .

RISPOSTA

[1]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = -2y \\ y(0) = 1 \end{cases}$  .

RISPOSTA

[2]. (E) Sia  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, t \rightarrow g(t, t^2, 3t)$ , dove  $g : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$  di classe  $C^1$ ; trovare la derivata di  $f$ , esprimendola attraverso le derivate parziali di  $g$ .

RISPOSTA

[3]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = xy \\ y(0) = 1 \end{cases}$  .

RISPOSTA

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale  $\int \int_D y \, dx \, dy$ , dove  $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x \leq 0, y \leq 0, -x - y \leq 1\}$ .  
RISPOSTA

[2]. (E) Determinate (se esistono), gli estremanti relativi della funzione  $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y) \rightarrow -x^2 + xy - y^2$ .  
RISPOSTA

[3]. (E) Dire se il problema implicito di incognita  $y(x) \begin{cases} x^3 + xy^2 + y^3 - y = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$  ammette soluzione.  
RISPOSTA

- [1]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy  $\begin{cases} y'' = x^2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$ .

RISPOSTA

- [2]. (E) Calcolare l'area della regione limitata dall'ellisse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

RISPOSTA

- [3]. (E) Dire se il problema implicito di incognita  $(y(x), z(x))$   $\begin{cases} x^3 + xy^2 + y^3 - y + xz - z = 0 \\ x^3 - xz^2 - 2z = 0 \\ y(0) = 0, z(0) = 0 \end{cases}$  ammette soluzione.

RISPOSTA

[1]. (E) Sia  $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2, (x, y) \rightarrow (x + y, xy)$ ; si chiede se  $f$  è invertibile in un intorno aperto di  $(1, 2)$ ; in tal caso, indicando ancora con  $f$  il diffeomorfismo locale determinare la trasformazione lineare  $(f^{-1})'(f(1, 2))$ .

RISPOSTA

[2]. (E) Dire se la seguente forma differenziale è esatta; in caso affermativo trovare l'insieme delle primitive:  $4x^3y dx + x^4 dy$ .

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale  $\int \int_D (x^2 + y^2) dx dy$ , dove  $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

RISPOSTA

[1]. (E) Determinare il gradiente ed il differenziale della seguente funzione scalare in un punto  $t \in \mathbf{R}$ ; esprimere il differenziale in forma canonica:  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, t \rightarrow \sin^3(3t)$ .

RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_2^3 \frac{x - x^4}{\sqrt{x}} dx .$$

RISPOSTA

[3]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = xy \\ y(0) = 1 \end{cases}$  .

RISPOSTA

[1]. (E) Trasformare il seguente integrale mediante cambiamento di variabile ponendo  $\sqrt{x+1} = t$

$$\int_0^1 x\sqrt{x+1} dx .$$

RISPOSTA

[2]. (E) Sia  $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2, (x, y, z) \rightarrow (x^2y, \sin(xz))$ ; determinare la trasformazione lineare  $f'(1, 1, 2)$ .

RISPOSTA

[3]. (E) Determinare un integrale generale di  $y^{(4)} - y = x$ .

RISPOSTA