Analisi Matematica 2 - 8/9/'15

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : . . .

1. (p. 3) Sia f la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x, y) = (x^{\sin y}, y^{\sin x}) ;$$

- (a) determinare il dominio naturale di f ;
- (b) determinare la matrice jacobiana di f in un punto generico del dominio;
- (c) determinare la trasformazione lineare derivata di f in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\} .$$

Risposta.

2. (p. 4) Sia

$$f : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \longrightarrow x^2 + 6xy - z^3 ;$$

sia V la sottovarietà di $\mathbf{R}^3$ differenziale di dimensione 2,

$$\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; 3x^2 + 6xy^2 - z^3 = 1\} ;$$

- (a) determinare lo spazio normale a V in $(1, -1, 2)$;
- (b) determinare il versore normale a V in $(1, -1, 2)$ ν tale che $\nu_3 > 0$;
- (c) calcolare $D_\nu f(1, -1, 2)$.

Svolgimento e risposta.

3. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie di funzioni:

$$\int \int_S (x^2 + y^2) ds ,$$

dove

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 = z^2, 0 \leq z \leq 1\} .$$

Svolgimento e risposta.

4. (p. 2) Calcolare il seguente integrale curvilineo di forme differenziali:

$$\int_{\Gamma} y dx + x dy ,$$

dove Γ è l'arco semplice

$$\{(x, y) \in \mathbf{R}^2; (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1, y \geq 1\} ,$$

orientato in modo tale che $(2, 1)$ sia il punto iniziale e $(0, 1)$ il punto finale.

Si chiede di non utilizzare formule che diano direttamente le primitive di $\cos^n t$ o di $\sin^n t$, per $n \neq 1$.

Svolgimento e risposta.

5. (p. 4) Data la funzione

$$f : \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 \leq z^2, 0 \leq z \leq 1\} \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \longrightarrow xz - y^2 ,$$

(a) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo;

(b) in caso affermativo, determinare il minimo ed il massimo di f .

Svolgimento e risposta.

6. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = x^2y + 2x^2 \\ y(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 2y' + y = e^x \\ y(0) = 1, y'(0) = 1 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\int \int_D x^2 dx dy ,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; 1 \leq y \leq 5 - x^2\} .$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\int \int \int_D (x^2 + y^2) dx dy dz ,$$

dove

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 \leq z^2, 0 \leq z \leq 1\} .$$

Svolgimento e risposta.