

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 1

[1]. (E) Sia $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto e^{xyz}$; sia $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$; determinare il grad $f(x, y, z)$, e $df(x, y, z)$; esprimere $df(x, y, z)$ attraverso i differenziali dx, dy, dz .

RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale di superficie: $\int \int_S z \, ds$ dove $S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x + y + z = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$.

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \, dx .$$

RISPOSTA

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale di una forma differenziale su una traiettoria:

$$\int_{\varphi} y dx + x dy ,$$

dove $\varphi : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbf{R}^2, t \rightarrow (2 \cos t, 3 \sin t)$. **Suggerimento.** La forma differenziale è esatta.

RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{x}{2x+5} dx .$$

RISPOSTA

[3]. (E) Trovare le soluzioni dell'equazione differenziale $y' = \sin x$.

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 3

[1]. (E) Determinare un integrale generale di $y''' + y = 1$.

RISPOSTA

[2]. (E) Dire se il problema implicito di incognita $z(x, y)$ $\begin{cases} x^3 + xy^2 + y^3 - y + xz - z = 0 \\ z(0, 0) = 0 \end{cases}$ ammette soluzione.

RISPOSTA

[3]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \frac{x}{y^2} \\ y(2) = 1 \end{cases}$.

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 4

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx .$$

RISPOSTA

[2]. (E)

Dire se la seguente forma differenziale è esatta; in caso affermativo trovare l'insieme delle primitive: $3x^2 dx + dy$.

RISPOSTA

[3]. (E) Trovare i punti critici e i punti di massimo e di minimo relativo della seguente funzione: $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y) \rightarrow x^3 + 2x - y$.

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 5

- [1]. (E) Dire se la seguente forma differenziale è esatta; in caso affermativo trovare l'insieme delle primitive: $xy dx + y^2 dy$.
RISPOSTA

- [2]. (E) Trasformare il seguente integrale mediante cambiamento di variabile ponendo $e^x = t$

$$\int_0^1 \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx .$$

RISPOSTA

- [3]. (E) Calcolare $\frac{d}{dx} \int_{x^2}^{x^3} e^{t^2} dt$.
RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 6

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_2^3 \frac{x - x^4}{\sqrt{x}} dx .$$

RISPOSTA

[2]. (E) Determinare il gradiente ed il differenziale della seguente funzione scalare in un punto $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$; esprimere il differenziale in forma canonica: $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \rightarrow e^{xyz}$.

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale $\int \int_D y \, dx \, dy$, dove $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; , x \geq 0, y \leq 0, x - y \leq 1\}$.

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 7

[1]. (E) Dire se la seguente forma differenziale è esatta; in caso affermativo trovare l'insieme delle primitive: $y \cos(xy) dx + x \cos(xy) dy$.

RISPOSTA

[2]. (E)

Sia $f(x, y) = x^y$; determinare il dominio naturale di f e le derivate parziali di f .

RISPOSTA

[3]. (E) Sia $f :]0, +\infty[\times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^3, (x, y) \rightarrow (x^{\sin x}, x^{\sin y}, y \log x)$; determinare la trasformazione lineare $f'(x, y)$ in un punto $(x, y) \in \text{dom}(f)$.

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 8

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \sin^3 x \cos x \, dx .$$

RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \, dx .$$

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2 + x + 1} \, dx .$$

RISPOSTA

[1]. (E) Trasformare il seguente integrale mediante cambiamento di variabile ponendo $\sqrt{x+1} = t$

$$\int_0^1 x\sqrt{x+1} dx .$$

RISPOSTA

[2]. (E) Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, t \rightarrow t^2 e^t$; determinare la trasformazione lineare $f'(2)$.

RISPOSTA

[3]. (E) Determinare le soluzioni massimali dell'equazione implicita di incognia $y(x)$, $x^2 + y^2 - 1 = 0$.

RISPOSTA

- [1]. (E) Calcolare $\frac{d}{dx} \int_0^{x^2} e^{t^2} dt$.
RISPOSTA

- [2]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \frac{y^2}{x^2} \\ y(1) = 1 \end{cases}$.
RISPOSTA

- [3]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 x^3 e^x, dx .$$

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 11

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale $\int \int \int_D (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$, dove $D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$.
RISPOSTA

[2]. (E) Trovare i punti critici e i punti di massimo e di minimo relativo della seguente funzione: $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \rightarrow x^2 - xy + z^2 + 1$.
RISPOSTA

[3]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} e^y y' = \operatorname{tg} x \\ y(0) = 0 \end{cases}$.
RISPOSTA

- [1]. (E) Sia $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^3, (x, y) \rightarrow (x^2y, xy, x)$; determinare la trasformazione lineare $f'(1, 1)$.
RISPOSTA

- [2]. (E) Calcolare la lunghezza dell'elica circolare $\{(\cos t, \sin t, t); t \in [0, 2\pi]\}$.
RISPOSTA

- [3]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 x \sin x \, dx .$$

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 13

[1]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \sin x \\ y(0) = 1 \end{cases}$.

RISPOSTA

[2]. (E) Determinare un integrale generale di $y'' + 2y' + y = 0$.

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx .$$

RISPOSTA

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale di superficie: $\int \int_S x \, ds$ dove $S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$.
RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale $\int \int \int_D z \, dx dy dz$, dove $D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}$.
RISPOSTA

[3]. (E) Sia $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \rightarrow e^{xyz}$; sia $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$; determinare il grad $f(x, y, z)$, e $df(x, y, z)$; esprimere $df(x, y, z)$ attraverso i differenziali dx, dy, dz .
RISPOSTA

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale $\int \int \int_D z \, dx \, dy \, dz$, dove $D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}$.
RISPOSTA

[2]. (E) Trovare i punti critici e i punti di massimo e di minimo relativo della seguente funzione: $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \rightarrow x^2 - xy + z^2 + 1$.
RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 x \sin x \, dx .$$

RISPOSTA