

Analisi Matematica 2 - 5/9/16

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : . . .

1. (p. 3) Sia f la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x, y, z) = ((\log x)(\log y)(\log z), xyz) ;$$

- (a) determinare il dominio naturale di f ;
- (b) determinare la matrice jacobiana di f in un punto generico del dominio;
- (c) determinare la trasformazione lineare derivata di f in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\} .$$

Svolgimento e risposta.

2. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie di forme differenziali:

$$\int \int_S z \, dy \wedge dz ,$$

dove S è la superficie

$$\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, z = x + y + 1\} ,$$

orientata in modo che per ogni $(x, y, z) \in S$ sia $(\vec{n}(x, y, z))_3 > 0$.

Svolgimento e risposta.

3. (p. 3) Sia

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; xyz - x^2 + 3y^3 - z^4 + 5 = 0\} ;$$

- (a) (non assegnata) dimostrare che V è una sottovarietà di $\mathbf{R}^3$ di dimensione 2 differenziale;
- (b) (non assegnata) provare che $(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, -1, 1) \in V$;
- (c) (p. 3) sapendo che V è una sottovarietà di $\mathbf{R}^3$ differenziale di dimensione 2 di equazione cartesiana

$$xyz - x^2 + 3y^3 - z^4 + 5 = 0 ,$$

determinare lo spazio normale, la retta normale, lo spazio tangente, il piano tangente a V in $(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, -1, 1)$, esprimendoli attraverso le equazioni parametriche o attraverso le equazioni cartesiane (in forma vettoriale o scalare).

Svolgimento e risposta.

4. (p. 4) Calcolare il seguente integrale curvilineo:

$$\int_{\gamma} z^3 ds ,$$

dove

$$\gamma = \{(t \cos t, t \sin t, t); t \in [0, 2\pi]1\} .$$

Suggerimento. Per calcolare l'integrale a cui si riduce l'integrale curvilineo assegnato, si proceda per sostituzione; una possibile sostituzione è porre la radice che compare uguale ad u .

Svolgimento e risposta.

5. (p. 4) Data la funzione

$$f : \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1\} \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y) \longrightarrow 5x + 3y ,$$

- (a) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo;
- (b) in caso affermativo, determinare il minimo ed il massimo di f .

Svolgimento e risposta.

6. (p. 3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{x}{\sqrt{y}} \\ y(0) = 1 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y^{(4)} + 2y''' + 2y'' + 2y' + y = 8xe^x \\ y(0) = -2, y'(0) = 0, y''(0) = 0, y'''(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\int \int_D x \, dx dy ,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; \, x^2 - y^2 \leq 1, \, -1 \leq y \leq 1, \, x \geq 0\} \, ;$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\int \int \int_D (x^2 + y^2 + z^2) \, dx dy dz ,$$

dove

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; \, 0 \leq 2z \leq x^2 + y^2 \leq 1\} \, .$$

Svolgimento e risposta.