

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 1

[1]. (E) Dire se il problema implicito di incognita  $z(x, y)$   $\begin{cases} x^3 + xy^2 + y^3 - y + xz - z = 0 \\ z(0, 0) = 0 \end{cases}$  ammette soluzione.

RISPOSTA

[2]. (E) Trovare i punti critici e i punti di massimo e di minimo relativo della seguente funzione:  $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \rightarrow x^2 - xy + z^2 + 1$ .

RISPOSTA

[3]. (E) Determinare un integrale generale di  $y'' + y = 0$ .

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 2

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale  $\int \int_D x \, dx dy$ , dove  $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x \leq 1, x \geq y^2\}$ .  
RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare  $\frac{d}{dx} \int_{x^2}^{x^3} e^{t^2} dt$ .  
RISPOSTA

[3]. (E) Determinare una base per lo spazio tangente alla sottovarietà differenziale di  $\mathbf{R}^2$  definita dalla parametrizzazione

$$\begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = t^3 \end{cases}, t \in \mathbf{R}$$

nel punto corrispondente al valore  $t = 1$  del parametro.  
RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 3

[1]. (E) Sia  $f : ]0, +\infty[ \times \mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^2, (x, y, z) \rightarrow (x^y, xz)$ ; determinare la trasformazione lineare  $f'(x, y, z)$ . in un punto  $(x, y, z) \in \text{dom}(f)$ .

RISPOSTA

[2]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy 
$$\begin{cases} y'' = e^x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 2 \end{cases} .$$

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \sin^3 x \cos x \, dx .$$

RISPOSTA

[1]. (E) Trasformare il seguente integrale mediante cambiamento di variabile ponendo  $e^x = t$

$$\int_0^1 \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx .$$

RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale  $\int \int \int_D (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$ , dove  $D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$ .

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{1}{2x^2 + 1} dx .$$

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 5

[1]. (E) Calcolare l'area del cerchio di centro  $(0, 0)$  e raggio  $r$ .

RISPOSTA

[2]. (E)

Sia  $f(x, y) = x^y$ ; determinare il dominio naturale di  $f$  e le derivate parziali di  $f$ .

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare  $\frac{d}{dx} \int_x^0 \sin t^2 dt$ .

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 6

[1]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy  $\begin{cases} y''' = x \\ y(1) = 1, y'(1) = 1, y''(1) = 1 \end{cases}$  .

RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \text{Arcsin } x \, dx .$$

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il volume della regione limitata dall'ellissoide  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ .

RISPOSTA

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx.$$

RISPOSTA

[2]. (E) Sia  $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2, (x, y, z) \rightarrow (x^2y, \sin(xz))$ ; determinare la trasformazione lineare  $f'(1, 1, 2)$ .

RISPOSTA

[3]. (E) Dire se il problema implicito di incognita  $(y(x), z(x))$   $\begin{cases} x^3 + xy^2 + y^3 - y + xz - z = 0 \\ x^3 - xz^2 - 2z = 0 \\ y(0) = 0, z(0) = 0 \end{cases}$  ammette soluzione.

RISPOSTA

[1]. (E) Trasformare il seguente integrale mediante cambiamento di variabile ponendo  $\sqrt{x+1} = t$

$$\int_0^1 x\sqrt{x+1} dx .$$

RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx .$$

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale  $\int \int_D x dx dy$ , dove  $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x \geq 0, y \geq 0, \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1\}$ .

RISPOSTA

[1]. (E) Determinate (se esistono), gli estremanti relativi della funzione  $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y) \rightarrow -x^2 + xy - y^2$ .

RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale di una forma differenziale su una traiettoria:

$$\int_{\varphi} 2xydx + x^2dy ,$$

dove  $\varphi : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}^2, t \rightarrow ((t + 1)^3, (t^2 + 1)^4)$ . **Suggerimento.** La forma differenziale è esatta.

RISPOSTA

[3]. (E) Determinare una base per lo spazio tangente alla sottovarietà differenziale di  $\mathbf{R}^3$  definita dalla parametrizzazione

$$\begin{cases} x = u + v \\ y = u - v \\ z = u^2 + v^2 \end{cases}, (u, v) \in \mathbf{R}^2$$

nel punto corrispondente ai valori  $u = 1$  e  $v = 1$  dei parametri.

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 10

- [1]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = 2xy^2 \\ y(0) = -2 \end{cases}$  .

RISPOSTA

- [2]. (E) Calcolare l'area del cerchio di centro  $(0, 0)$  e raggio  $r$ .

RISPOSTA

- [3]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \text{Arcsin } x \, dx .$$

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 11

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale di superficie:  $\int \int_S z \, ds$  dove  $S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x + y + z = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$ .  
RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale di una forma differenziale su una traiettoria:

$$\int_{\varphi} x dx + x dy ,$$

dove  $\varphi : [0, 4\pi] \rightarrow \mathbf{R}^2, t \rightarrow (\cos t, \sin t)$ .

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il volume della regione limitata dall'ellissoide  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ .  
RISPOSTA

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 x^3 e^x, dx .$$

RISPOSTA

[2]. (E) Sia  $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y) \rightarrow xy$ ; determinare la trasformazione lineare  $f'(4, -1)$ .

RISPOSTA

[3]. (E) Determinate (se esistono), gli estremanti relativi della funzione  $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y) \rightarrow -x^2 + xy - y^2$ .

RISPOSTA

- [1]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = 2xy \\ y(0) = 1 \end{cases}$ .

RISPOSTA

- [2]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_1^2 \left( 2x + \sqrt[3]{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx .$$

RISPOSTA

- [3]. (E) Calcolare l'area della superficie conica di base  $\{(x, y, 0) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 = r^2\}$  e vertice  $(0, 0, h)$ , con  $r, h > 0$ .

RISPOSTA

[1]. (E) Sia  $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2, (x, y, z) \rightarrow (x^2y, \sin(xz))$ ; determinare la trasformazione lineare  $f'(1, 1, 2)$ .

RISPOSTA

[2]. (E) Sia  $E \in \mathcal{M}_{\mathbf{R}^2}$ ; sia  $E$  misurabile; sia  $(x_0, y_0, z_0) \in \mathbf{R}^3$ ; sia  $z_0 \geq 0$ ; calcolare il volume del cono  $\{(x_0, y_0, z_0) + t((\xi, \eta, 0) - (x_0, y_0, z_0)); (\xi, \eta) \in E, t \in [0, 1]\}$ .

RISPOSTA

[3]. (E) Trasformare il seguente integrale mediante cambiamento di variabile ponendo  $e^x = t$

$$\int_0^1 \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx .$$

RISPOSTA

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{x}{x+2} dx .$$

RISPOSTA

[2]. (E) Determinare un integrale generale di  $\begin{cases} x' = 2x \\ y' = x + 2y \end{cases}$  .

RISPOSTA

[3]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy  $\begin{cases} \frac{1}{1+y^2} y' = -x \\ y(0) = 0 \end{cases}$  .

RISPOSTA