

PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE

12/06/98

(C.d.L. in Ing. Civile, Edile)

Un telaio rigido T_1 , è composto da una semicirconferenza omogenea di massa m e raggio R ai cui estremi è fissata rigidamente un'asta DE , di lunghezza $2R$ e densità in un suo generico punto Q ,

$$\rho(Q) = \frac{m}{2R^2}|C_1Q|,$$

con C_1 punto medio di DE . Il telaio T_1 è vincolato a muoversi in un piano verticale Oxy con il punto C_1 fissato in modo che $OC_1=(-R,0)$. Un secondo telaio T_2 , identico a T_1 , ha il punto medio dell'asta AB , C_2 , vincolato nel piano Oxy in modo che $OC_2=(R,0)$. Infine un punto materiale P , di massa m , è fissato rigidamente al punto B dell'asta AB (si veda la figura).

Il sistema è soggetto, oltre che alla forza peso, ad una forza elastica di costante K^2 agente tra i punti A ed E . Inoltre sul telaio T_1 agiscono due coppie di forze di momento rispettivamente $\mathbf{M}_1 = K^2 R^2 \sin(\vartheta + \varphi) \mathbf{k}$ e $\mathbf{M}_2 = -\alpha \mathbf{k}$, con α costante positiva, mentre sul telaio T_2 agisce una coppia di momento $\mathbf{M}_3 = -\mathbf{M}_1$.

Supposti i vincoli lisci ed introdotto il parametro adimensionale $\lambda = \frac{\alpha}{mgR} \in \mathbf{R}^+$, determinare, facendo uso delle coordinate lagrangiane ϑ e φ , riportate in figura (si ipotizzi la presenza di vincoli unilaterali tali che $0 \leq \vartheta \leq \pi$ e, per semplicità, si ponga $K^2 = \frac{mg}{2R}(\frac{2}{\pi} + 1)$):

- 1) le configurazioni di equilibrio ordinarie e di confine e la stabilità delle configurazioni ordinarie al variare del parametro λ ;
- 2) le reazioni vincolari esterne in C_1 e in C_2 nelle configurazioni di equilibrio. Ritrovare poi le configurazioni di equilibrio ordinarie utilizzando le equazioni cardinali della statica;
- 3) l'energia cinetica e le equazioni di Lagrange;
- 4) le equazioni delle piccole oscillazioni nell'intorno della configurazione di equilibrio stabile (con φ tra 0 e 2π) e le frequenze delle piccole oscillazioni.
- 5) Usando matlab, come si potrebbero studiare graficamente le posizioni di equilibrio e la loro stabilità?

