

PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE

10/07/98

(C.d.L. in Ing. Civile, Edile)

Una circonferenza omogenea di raggio R e massa m è incernierata nell'origine O di un sistema di riferimento cartesiano Oxy . Un'asta, di lunghezza $2R$ e densità in un suo generico punto Q

$$\rho(Q) = \frac{m}{R^3} |CQ|^2,$$

(con C punto medio dell'asta) ha gli estremi A e B vincolati a muoversi lungo una circonferenza. Infine un punto materiale P , di massa $\frac{m}{3}$, è saldato rigidamente all'asta in B . Il sistema è soggetto, oltre che alla forza peso, ad una forza elastica $\mathbf{F}_e = \frac{2mg}{R} \mathbf{AO}$, agente sull'estremo A dell'asta e a due coppie di forze, agenti anch'esse sull'asta, di momento rispettivamente $\mathbf{M}_1 = -\alpha \mathbf{k}$ ($\alpha > 0$) ed $\mathbf{M}_2 = -\frac{mgR}{3} \sin \varphi \mathbf{k}$.

Supposti i vincoli lisci ed introdotto il parametro adimensionale $\lambda = \frac{\alpha}{2mgR} \in \mathbf{R}^+$, determinare, utilizzando le coordinate lagrangiane ϑ e φ riportate in figura (si ipotizzi la presenza di vincoli unilaterali per cui $-\frac{\pi}{2} \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{2}$):

- 1) le configurazioni di equilibrio ordinarie e di confine e la stabilità delle configurazioni ordinarie al variare del parametro λ ;
- 2) la reazione vincolare esterna in O nelle posizioni di equilibrio ordinarie. Ritrovare, inoltre, le configurazioni di equilibrio ordinarie utilizzando le equazioni cardinali della statica;
- 3) l'energia cinetica e le equazioni delle piccole oscillazioni nell'intorno della configurazione di equilibrio stabile (con φ tra 0 e 2π).
- 4) Si supponga che, a causa della presenza di altri vincoli unilaterali, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, e si studino in questo caso tutte le posizioni di confine.
- 5) Usando Matlab, come si potrebbero studiare graficamente le posizioni di equilibrio e la loro stabilità?

