

PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE

24/09/98

(C.d.L. in Ing. Civile, Edile)

Una lamina ABCD di forma quadrata, di lato $2L$ e densità, in un suo generico punto P,

$$\rho(P) = \frac{3m}{8L^4} |GP|^2$$

(G è il punto d'incontro delle diagonali del quadrato) è vincolata a muoversi in un piano verticale Oxy ed il vertice A è fissato nell'origine del sistema di riferimento O. Un'asta omogenea EF (di massa $2m$ e lunghezza $2L$) ha l'estremo E vincolato a rimanere nel punto di coordinate $(0, 2L)$. Il sistema è soggetto, oltre che alla forza peso, ad una forza elastica di costante K^2 agente tra B ed F, ad una forza costante $\mathbf{F}_F = (2K^2L - mg)\mathbf{j}$ agente sull'estremo F dell'asta e ad una coppia di momento $\mathbf{M} = -4K^2L^2 \cos(\theta)\mathbf{k}$ agente sulla lamina.

Supposti i vincoli lisci ed introdotto il parametro adimensionale $\lambda = \frac{mg}{4K^2L} \in \mathbf{R}^+$, determinare, utilizzando le coordinate lagrangiane ϑ e φ riportate in figura (si ipotizzi la presenza di vincoli unilaterali per cui $0 \leq \varphi \leq \pi$):

- 1) le configurazioni di equilibrio ordinarie e di confine e la stabilità delle configurazioni ordinarie al variare del parametro λ ;
- 2) le reazioni vincolari esterne in O ed in E nelle posizioni di equilibrio ordinarie. Ritrovare inoltre le configurazioni di equilibrio ordinarie utilizzando le equazioni cardinali della statica;
- 3) l'energia cinetica, le equazioni del moto di Lagrange e le equazioni delle piccole oscillazioni nell'intorno della configurazione di equilibrio stabile (con ϑ tra 0 e 2π).
- 4) Usando Matlab, come si potrebbero studiare graficamente le posizioni di equilibrio e la loro stabilità?

