

# PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE

21/10/98

(C.d.L. in Ing. Civile, Edile)

Un'asta omogenea AB (di massa  $m$  e lunghezza  $2L$ ) è vincolata a scorrere nell'origine di un sistema di riferimento cartesiano  $Oxy$ , in modo che AB formi con l'asse  $Ox$  un angolo costante uguale a  $\pi/4$  e che gli estremi A e B non possano oltrepassare l'origine O. Nell'estremo B è incernierata una seconda asta BC, di lunghezza  $2L$  e densità in un suo generico punto Q

$$\rho(Q) = \frac{3m}{2L^3}|NQ|^2,$$

con N punto medio di BC. Il sistema è soggetto oltre che alla forza peso, ad una forza elastica  $\mathbf{F}_e = K^2 AA'$  (con  $A'$  proiezione ortogonale di A sull'asse  $Oy$ ) e ad una coppia di momento  $\mathbf{M} = -mgL \sin \vartheta \mathbf{k}$  agente sull'asta BC. Supposti i vincoli lisci ed introdotto il parametro adimensionale

$$\lambda = \frac{2\sqrt{2}mg}{K^2L} \in \mathbf{R}^+,$$

determinare, utilizzando le coordinate lagrangiane riportate in figura  $\vartheta$  e  $s$  (M punto medio di AB):

- 1) le configurazioni di equilibrio ordinarie e di confine e la stabilità delle configurazioni ordinarie al variare del parametro  $\lambda$ ;
- 2) la reazione vincolare esterna in O nelle posizioni di equilibrio ordinarie. Ritrovare, inoltre, le configurazioni di equilibrio ordinarie utilizzando le equazioni cardinali della statica;
- 3) l'energia cinetica, le equazioni del moto di Lagrange e le equazioni delle piccole oscillazioni nell'intorno della configurazione di equilibrio stabile (con  $\vartheta$  tra 0 e  $2\pi$ ).
- 4) Usando Matlab, come si potrebbero studiare graficamente le posizioni di equilibrio e la loro stabilità?

