

PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE

8/6/99

(C.d.L. in Ing. Civile-Edile)

Un telaio rigido OAB (sono tre aste omogenee, ciascuna di massa m) a forma di triangolo rettangolo isoscele di cateto L ha il vertice O, corrispondente all'angolo retto, incernierato nell'origine di un sistema cartesiano Oxy . Un punto materiale P di massa m è vincolato a muoversi lungo il segmento AA' (si noti che OA' ha lunghezza $2L$ e massa trascurabile). Il sistema è soggetto alla forza peso, a due forze elastiche $\mathbf{F}_{e1} = K^2 BB'$ (B' è la proiezione ortogonale di B sull'asse Ox) e $\mathbf{F}_{e2} = K^2 PO$, e ad una coppia di momento

$$\mathbf{M} = (-mgL \sin \vartheta - K^2 L^2 \sin \vartheta \cos \vartheta) \mathbf{k}$$

Supposti i vincoli lisci ed introdotto il parametro adimensionale

$$\lambda = \frac{K^2 L}{mg} \in \mathcal{R}^+,$$

determinare, utilizzando le coordinate lagrangiane s e ϑ , riportate in figura 1 (si tenga conto dei vincoli unilaterali schematizzati):

- 1) le posizioni di equilibrio ordinarie e di confine e la stabilità delle posizioni ordinarie al variare del parametro λ ;
- 2) la reazione vincolare in O nelle posizioni di equilibrio; inoltre, sfruttando le equazioni cardinali della statica, ritrovare le configurazioni ordinarie di equilibrio;
- 3) l'energia cinetica e le equazioni di Lagrange;
- 4) le equazioni delle piccole oscillazioni nell'intorno della posizione di equilibrio stabile e le relative frequenze caratteristiche.

** Determinare la matrice d'inerzia del telaio triangolare rispetto agli assi indicati nella figura 2.

