

PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE

14/09/99

(C.d.L. in Ing. Civile, Edile)

Un disco omogeneo, di massa $2m$ e raggio r , rotola senza strisciare esternamente ad una guida circolare fissa di raggio R posta in un piano verticale Oxy , in modo che il punto di contatto C' tra il disco e la guida non oltrepassi i punti A e B (vedi figura; si noti che l'angolo AOB vale $5\pi/4$).

Il disco è soggetto, oltre che alla forza peso, ad una forza elastica $F_e = K_1^2 CA$, (C è il centro del disco e $K_1^2 = mg/R$) e ad una coppia di momento

$$\mathbf{M} = K^2 \cos \vartheta \mathbf{k}.$$

Supposti i vincoli lisci ed introdotto il parametro adimensionale

$$\lambda = \frac{K^2}{m g r} \in \mathcal{R}^+,$$

determinare, utilizzando la coordinata lagrangiana ϑ riportata in figura:

- 1) le posizioni di equilibrio ordinarie e di confine e la stabilità di quelle ordinarie al variare del parametro λ ;
- 2) la reazione vincolare in C' nelle posizioni di equilibrio. Inoltre, sfruttando le equazioni cardinali della statica, ritrovare le configurazioni ordinarie di equilibrio;
- 3) l'energia cinetica, l'equazione di Lagrange e l'equazione delle piccole oscillazioni nell'intorno della posizione di equilibrio stabile.
- 4) Infine, dedurre il diagramma di biforcazione.

