

# PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE

17/01/2002

(C.d.L. in Ing. Civile-Edile)

Una lamina di forma quadrata ABCD (omogenea, di massa  $2m$  e lato  $2L$ ), ha il vertice A incernierato nell'origine di un sistema di riferimento cartesiano verticale  $Oxy$ . Un'asta EF (omogenea, di massa  $m$  e lunghezza  $2L$ ) ha l'estremo E incernierato in B e l'estremo F vincolato a scorrere sull'asse delle  $x$ . Il sistema è soggetto, oltre che alla forza peso, ad una forza elastica applicata nel punto medio M dell'asta EF  $\mathbf{F}_e = K^2 MM'$  ( $M'$  é la proiezione ortogonale di M sull'asse  $x$ ) e ad una coppia applicata alla lamina quadrata di momento  $\mathbf{M} = 2mgL \sin \vartheta \mathbf{k}$ . Supposti i vincoli lisci ed introdotto il parametro adimensionale

$$\lambda = \frac{3mg}{K^2 L} \in \mathcal{R}^+,$$

determinare, utilizzando la coordinata lagrangiana  $\vartheta$  (in presenza di vincoli unilaterali per cui  $\vartheta \in [-\pi/4, \pi/4]$ ) riportata in figura:

- 1) le configurazioni di equilibrio ordinarie e di confine e la stabilità delle posizioni ordinarie al variare del parametro  $\lambda$ ;
  - 2) le reazioni vincolari esterne in O e in F e la reazione interna in B nelle posizioni di equilibrio ordinarie;
  - 3) l'energia cinetica e l'equazione del moto di Lagrange;
  - 4) l'equazione delle piccole oscillazioni nella posizione di equilibrio stabile e le frequenze delle piccole oscillazioni.
- Ritrovare, infine, le posizioni di equilibrio ordinarie utilizzando le equazioni cardinali della statica.

