

## Lezioni

Data e ora    Argomenti

1.      23/02/2015 ore 09:00    Descrizione obiettivi dell'insegnamento e struttura del programma. Informazioni sull'esame. Motivazioni per l'introduzione ai metodi agli elementi finiti. Il problema di Sturm-Liouville (equazione ellittica 1D con condizioni al bordo). Prime proprietà. Spazio delle soluzioni ammissibili.
2.      26/02/2015 ore 09:00    Autocoppie dell'operatore di Sturm-Liouville. Norma e condizioni al bordo. Forma variazionale del problema e funzione obiettivo. Spazio delle funzioni ammissibili e condizioni al bordo di Dirichlet e di Neumann. Corrispondenza tra forma variazionale, formulazione debole e formulazione forte. Metodo di Ritz: esempio di base spettrale e di base polinomiale.
3.      26/02/2015 ore 15:00    Lab.Inf. Approssimazione della soluzione del problema di Sturm-Liouville mediante base spettrale.
4.      02/03/2015 ore 09:00    Spazio di elementi finiti lineari. Definizione delle funzioni di base. Costruzione delle matrici di stiffness e di massa. Proprietà. Considerazioni sulla risoluzione del sistema lineare risultante dalla minimizzazione del funzionale.
5.      05/03/2015 ore 09:00    Errore con elementi finiti lineari: teorema di ottimalità in norma energia (con dim). Dis. Friedrichs ed equivalenza tra norma energia e norma in  $H^1$ . Errore della funzione interpolante (con dim).
6.      05/03/2015 ore 15:00    Lab.Inf. Risoluzione numerica del problema di Sturm-Liouville. Formule di quadratura per il calcolo del termine noto. Dipendenza dai parametri della mesh delle matrici coinvolte.
7.      09/03/2015 ore 09:00    Errore della soluzione col metodo di Ritz in norma energia ed in norma  $L^2$ . Condizioni al bordo di Dirichlet. e costruzione del sistema lineare. Condizioni miste.
8.      12/03/2015 ore 09:00    Condizioni al bordo di Neumann. Errore di interpolazione nel forzante. Elementi finiti di grado superiore al primo: funzioni di base e proprietà dell'errore (senza dim). Gradienti coniugati come metodo di discesa per il minimo di un funzionale quadratico (richiamo), e minimizzazione della norma energia (dim.).
9.      12/03/2015 ore 15:00    Lab.Inf. Stima dell'errore in norma energia usando raffinamenti successivi. Ruolo dell'approssimazione di  $f$  mediante interpolazione o mediante formula di quadratura.
10.     16/03/2015 ore 09:00    CG. Richiami dell'algoritmo. Proprietà polinomiali dello spazio delle soluzioni. Spazio di Krylov e soluzione esatta.
11.     30/03/2015 ore 09:00    Composizione del residuo in termini di autovettori e convergenza (con dim.). Stima asintotica dell'errore in norma energia in termini di  $\text{cond}(A)$  (con passi della dim.). Polinomi di Chebyshev (cenni). Condizione di Galerkin per il metodo di Ritz e per i gradienti coniugati (con dim.). Teorema sull'errore complessivo, come somma dell'errore (norma energia) dell'errore di approx e dell'errore del metodo iterativo (norma energia) (con dim.).
12.     31/03/2015 ore 09:00    Lab.Inf. Implementazione del metodo dei gradienti coniugati e calcolo dell'errore in varie norme.
13.     09/04/2015 ore 09:00    Calcolo del costo computazionale con operazioni macchina (richiami). Equazione di Poisson su domini regolari di  $R^2$ . Condizioni al bordo di Dirichlet e di Neumann, ed esistenza della soluzione. Formulazione debole. Spazi finito dimensionali e spazi di elementi finiti. Formulazione discreta. Triangolazione del dominio, prime nozioni e definizione di famiglia di griglie shape-regular e quasi-uniformi.
14.     09/04/2015 ore 15:00    Lab.Inf. Completamento della precedente esercitazione. Implementazione della verifica numerica della relazione: errore totale = errore di approx + errore algebrico.
15.     10/04/2015 ore 09:00    Spazi approssimanti di elementi finiti:  $P_1, P_2, Q_1, Q_2$  (descrizione elementare). Triangolo di riferimento ed integrazione sul triangolo di riferimento della matrice di stiffness elementare e del termine noto.
16.     13/04/2015 ore 09:00    Assemblaggio degli elementi della matrice mediante matrice di connettività. Imposizione delle condizioni al bordo di Dirichlet. Integrazione su triangoli curvi e su quadrilateri. Analisi della convergenza: ottimalità nella norma energia. Disuguaglianza di Poincaré-

Friedrichs (senza dim).

17. 16/04/2015 ore 09:00 Equivalenza di norme in  $H^1$ . Ottimalita' della soluzione di Galerkin in norma-1. Stima dell'errore in norma energia (per interpolante, passaggio al triangolo di riferimento, lemma di Bramble-Hilbert-ritorno al triangolo generico). Risultati per rettangoli e per gradi piu alti dei polinomi (senza dim.). Proprieta' spettrali delle matrici di stiffness e di massa (senza dim.)
18. 16/04/2015 ore 15:00 Lab.Inf. Uso del software PDE Toolbox per la generazione di griglie 2D e risoluzione del problema di Poisson.
19. 20/04/2015 ore 09:00 Concetto di preconditionamento e vincoli per la ricerca di un preconditionatore. Fattorizzazione incompleta. CG preconditionato senza fattorizzare. Classi di preconditionatori.
20. 23/04/2015 ore 09:00 Multigrid algebrico (cenni). Equivalenza spettrale di matrici e performance di sistemi preconditionati. Equazione di convezione-diffusione: il problema della convezione dominante e gli strati al bordo. Formulazione debole 2D. Esistenza ed unicita' della soluzione mediante il Teorema di Lax-Milgram (dim. di continuita' e coercivita').
21. 23/04/2015 ore 15:00 Lab Inf. Uso del software del libro di Gockenbach per la risoluzione numerica di problemi ellittici autoaggiunti su domini bidimensionali.
22. 27/04/2015 ore 09:00 Approssimazione mediante elementi finiti. Proprieta' della formulazione debole. Il Metodo della diffusione artificiale. Il metodo della diffusione lungo le linee di flusso: caratteristiche e scelta del parametro. Proprieta' delle matrici.
23. 30/04/2015 ore 09:00 Analisi dell'errore per il metodo di Galerkin (con dim.) e per il metodo di streamline diffusion. Confronto delle proprieta' di ottimalita'. Il metodo GMRES per la risoluzione di sistemi lineari come metodo di Petrov-Galerkin (dim).
24. 30/04/2015 ore 15:00 Costruzione della base dello spazio di Krylov mediante il metodo di Arnoldi e relazione di Arnoldi. Il problema dei minimi quadrati e sua risoluzione ad ogni iterazione di GMRES. Convergenza del metodo: stima della norma del residuo.
25. 04/05/2015 ore 11:00 Lab.Inf. Uso del software IFISS per la risoluzione numerica di problema di convezione-diffusione.