

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 1 Dicembre 2006
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1 - x \ln(1+x)}{x^3}$$

2. Determinare eventuali punti di minimo e di massimo relativo ed assoluto della funzione definita da

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x - 3}$$

nel suo dominio naturale.

3. Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 x^2 \operatorname{arctg}(x) \, dx$$

4. Determinare gli autovalori della seguente matrice,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Determinare un autovettore associato all'autovalore reale.

5. Determinare l'equazione cartesiana del piano π passante per $P = (2, 0, 1)$ e perpendicolare a $\mathbf{v} = (0, -1, 1)$, e della retta r per $Q = (0, -1, 0)$ e parallela a $\mathbf{w} = (1, -1, 2)$. Determinare quindi $H = \pi \cap r$ e la distanza $d(H, Q)$.

6. Determinare tutte le soluzioni complesse dell'equazione

$$(z - 1)^3 = \frac{2i(1 - i)^2}{1 + i}.$$