

**Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 2 Settembre 2009**  
**Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna**

1. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin t^2 dt}{x^2 e^x}$$

2. Dopo aver determinato il dominio della funzione

$$f(x) = \ln \frac{x+4}{x^2+4}$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

3. Valutare se il seguente integrale è convergente:

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{x^2+x+1} dx$$

4. Determinare autovalori ed autospazi della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , il vettore  $\mathbf{x}^T = [2, \alpha]$  è un autovettore di  $A$ ?

5. Determinare tutte le soluzioni complesse dell'equazione

$$(z+1)^4 = \frac{2i(1-i)^2}{1+i}.$$

6. a) Determinare la retta  $r$  passante per  $P_1 = (1, 1, 1)$  e con vettore direzione  $\mathbf{v}^T = [2, 1, 1]$ ; b) Determinare quindi la retta  $s$  passante per  $P_1$  e  $P_2 = (2, 2, 3)$ ; c) Determinare il piano  $\pi_1$  generato da  $r$  ed  $s$ ; d) Determinare il piano  $\pi_2$  parallelo a  $\pi_1$  e passante per  $P_3 = (0, 0, -2)$ .