

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 2 Settembre 2011
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Dopo aver determinato il dominio A della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{e^{x^2}}{x^2 - 1},$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{\sqrt{x}} - e^x}{\sqrt{x}}$$

3. Studiare la convergenza del seguente integrale generalizzato:

$$\int_2^{+\infty} \frac{\ln(x-1)}{x-1} dx$$

4. Determinare autovalori e autovettori della seguente matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Determinare la retta r_1 passante per $A = (-1, 1, 2)$ e parallela alla retta

$$s : P = P_0 + t\mathbf{v}, \quad P_0 = (1, 0, 3) \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Determinare quindi la retta r_2 passante per A e per $B = (-2, 1, 4)$ e l'equazione (parametrica e cartesiana) del piano contenente r_1 ed r_2 .

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$z^4 = \frac{i^2(1-i)^2}{(1-2i)(i-2)}$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $|2 - \frac{2}{3}i| < 2$.