

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 3 Luglio 2013
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Dopo aver determinato il dominio A della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x+2}},$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(x) - \tan(x)}{x^3}$$

3. Calcolare, se esiste, il seguente integrale:

$$\int_0^2 \frac{|x-1|}{(x+1)(x+3)} dx$$

4. Determinare autovalori e autospazi della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Qual'è la dimensione degli autospazi determinati?

5. Determinare la retta r di \mathbb{R}^3 passante per $P = (1, 2, 2)$ e parallela al vettore $\mathbf{v}^T = [-1, -1, -1]$. Determinare anche la retta s passante per P e $Q = (2, 3, 0)$. Determinare quindi l'equazione cartesiana e parametrica del piano contenente le rette r ed s .
6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(z)^4 = i^3 \frac{(1-i)}{(1+i)^2}.$$

- ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $\left| \frac{-i+2}{(i-1)(i+1)} \right| > |i+2|$.

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 3 Luglio 2013
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna
Domande di Teoria

1. Quale di questi enunciati corrisponde al Teorema di Rolle?
 - Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ continua in $[a, b]$. Se $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.
 - Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ continua in $[a, b]$ e derivabile in (a, b) . Se $f'(a) = 0$, $f'(b) = 0$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.
 - Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ continua in $[a, b]$ e derivabile in (a, b) . Se $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.

2. Sia $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ una matrice diagonale. I suoi autovalori:
 - Coincidono con gli elementi della diagonale principale
 - Coincidono con gli elementi della prima riga
 - Sono tutti uguali ad uno

3. Quale di questi insiemi corrisponde all'intervallo \mathcal{I} dei numeri reali maggiori di 0 e minori di 1:
 - $\mathcal{I} = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\} \cup \{x \in \mathbb{R} : x < 0\}$
 - $\mathcal{I} = [0, 1]$
 - $\mathcal{I} =]0, 1[$

4. Sia $f(x) = \sin(x)(\cos(x))^2$. Allora la sua derivata prima è:
 - $f'(x) = \cos(x)^3 - 2 \sin(x)^2 \cos(x)$
 - $f'(x) = -2 \cos(x) \sin(x)$
 - $f'(x) = -2 \cos(x)^2 \sin(x)$

5. Quale di queste affermazioni corrisponde alla definizione di coseno dell'angolo tra due vettori $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$?
 - $\cos \theta = \frac{\mathbf{u} + \mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\|}$
 - $\cos \theta = \frac{\mathbf{u}^T \mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\|}$
 - $\cos \theta = \mathbf{u}^T \mathbf{v}$