

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 3 Settembre 2010
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Dopo aver determinato il dominio A della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \log(\sqrt{x^2 - 2x}),$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti. Studiarne quindi la convessità.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2}{\tan(x) \ln(x+1)}.$$

3. Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^1 \frac{|x - \frac{1}{2}|}{x^2 - 4} dx$$

4. Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente sistema ammette una sola soluzione, e determinare tale soluzione per $\alpha = -1$:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & \alpha \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

5. Determinare la retta r passante per $A = (1, 1, 2)$ e $B = (2, 1, 0)$. Determinare quindi le coordinate del punto medio P tra A e B .

6. Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(2z)^3 = \frac{i+1}{i-1}.$$

Riportare quindi sul piano complesso tali soluzioni.