

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 4 Febbraio 2015
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. **(Per secondo parziale)** Dopo aver determinato il dominio A della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = e^{-x} \sqrt{1-x^2},$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

2. **(Per secondo parziale)** Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} (x^2 - 1) \ln(x + 1)$$

3. **(Per secondo parziale)** Calcolare, se esiste, il seguente integrale:

$$\int_0^2 \frac{|x-1|}{x^2+4} dx$$

4. **(Per secondo parziale)** Determinare, se esiste, la soluzione del sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

5. Sia r la retta passante per $P = (-1, -2, 3)$ e parallela al vettore $\mathbf{v} = (1, 2, 0)$. Sia π il piano passante per $Q = (2, -3, 5)$ e perpendicolare ad r . Dopo aver determinato r e π , trovare il loro punto di intersezione. Trovare infine il piano parallelo a π passante per l'origine.
6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(iz)^4 = \frac{(1-i)^2}{(i+1)^3}.$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $\left| \frac{i-1}{i} - \frac{3i+1}{(-i+1)(3+2i)} \right| > 2$.

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 4 Febbraio 2015

Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

Domande di Teoria

1. **(Per secondo parziale)** Siano $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, derivabili e continue in $[a, b]$. Quale di queste formule corrisponde all'integrazione per parti?
 - ☐ $\int_a^b f'(x)g(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b g'(x)f(x)dx.$
 - ☐ $\int_a^b f(x)g(x)dx = [f'(x)g(x)]_a^b - \int_a^b g(x)f'(x)dx.$
 - ☐ $\int_a^b f(x)g(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b + \int_a^b g'(x)f'(x)dx.$
2. **(Per secondo parziale)** Sia A l'intervallo $A = [0, 1)$. Quale di queste affermazioni è vera?
 - ☐ $x = 1$ è punto di massimo di A
 - ☐ $x = 1$ è un maggiorante di A
 - ☐ A non ha maggioranti
3. **(Per secondo parziale)**. Sia $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $A = (a_{ij})$, $i, j = 1, \dots, n$. Quale di queste affermazioni corrisponde alla definizione di A simmetrica?
 - ☐ A si dice simmetrica se e solo se $a_{ij} = a_{ji}$ per ogni $i, j = 1, \dots, n$.
 - ☐ A si dice simmetrica se e solo se è invertibile.
 - ☐ A si dice simmetrica se e solo se coincide con la matrice identità.
4. È data la retta di $\mathbb{R}^2$, $r : a_1x + a_2y = d$, e sia $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2$. Quale di queste affermazioni è vera?
 - ☐ Il vettore $\mathbf{a}$ è parallelo ad r
 - ☐ Il vettore $\mathbf{a}$ dev'essere sempre diverso dal vettore nullo
 - ☐ Il vettore $\mathbf{a}$ è ortogonale ad r
5. È dato il numero complesso $z = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\frac{3}{4}\pi}$. A quale punto in $\mathbb{C}$ corrisponde?
 - ☐ $z = \frac{1}{2}(-1, 1)$
 - ☐ $z = \frac{1}{2}(-1, -1)$
 - ☐ $z = \frac{1}{2}(1, 1)$