Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 4 Aprile 2005 Corso di Laurea Triennale in Scienze Ambientali

1. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{\operatorname{tg}(x^2 - 1)}{(x^2 - 1)^2}$$

2. Determinare eventuali punti critici e studiare la convessità della funzione

$$F: [1, +\infty) \to \mathbb{R}$$
 $F(x) = \int_1^x t^2 \ln(t^2 + 1) dt.$

3. Studiare la convergenza del seguente integrale

$$\int_{2}^{+\infty} \frac{\ln(x+1)}{x^3} \, \mathrm{d}x$$

4. Studiare la convergenza della successione numerica di termine n-esimo

$$a_n = \frac{1+2+\ldots+n}{\ln n}.$$

5. Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(z+i)^3 = \frac{1}{2}i(1-i)$$

6. Si consideri il seguente campione di dati

$$7,2$$
 8,6 $7,3$ 8,1 $7,2$ $7,8$ $7,9$ $7,8$ 8,0 $7,9$ $7,5$ $7,5$ 8,1 $7,2$

Determinare media (\bar{x}) , mediana e moda. Se ne può dedurre che i dati abbiano una distribuzione simmetrica? Calcolare la proporzione di dati contenuta nell'intervallo $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$, dove σ è la deviazione standard del campione.