

**Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 4 Luglio 2011**  
**Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna**

1. Dopo aver determinato il dominio  $A$  della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}},$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti. Studiarne quindi la convessità.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(x)}{\sin(x)}$$

3. Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin(x) \cos(x)}{\exp(\sin^2(x))} dx$$

4. Determinare tutte le possibili soluzioni del sistema lineare

$$Ax = b, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

5. Determinare la retta  $r_1$  passante per  $A = (1, 0, 2)$  e parallela alla retta

$$s : P = P_0 + t\mathbf{v}, \quad P_0 = (-1, 1, 1) \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Determinare quindi la retta  $r_2$  passante per  $A$  e per  $B = (-3, 1, 0)$  e l'equazione (parametrica e cartesiana) del piano contenente  $r_1$  ed  $r_2$ .

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse  $z$  della seguente equazione

$$z^3 = \frac{2i(1+2i)}{1-3i}.$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera:  $|-1 + \frac{1}{3}i| > 1$ .