

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 04 Luglio 2017
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Determinare il dominio naturale ed eventuali punti estremanti relativi ed assoluti della funzione

$$f : D \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \ln \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right).$$

Studiare inoltre la convessità e concavità della funzione su D .

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{e^{x^2-1} - 1}$$

3. Calcolare, se esiste, il seguente integrale

$$\int_3^4 (x-1) \ln(x+1) dx$$

4. Determinare tutte le possibili soluzioni del seguente sistema lineare

$$Ax = b, \quad \text{con } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

5. Dati i punti $A = (1, 0, 2)$, $B = (1, -1, 1)$, $C = (2, -1, 2)$, determinare l'equazione cartesiana e parametrica del piano passante per questi tre punti. Determinare quindi la retta r ortogonale al piano e passante per A . Determinare infine la retta s ortogonale al piano e passante per B .
6. Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$\left(z - \frac{1}{2}i\right)^2 = \frac{1}{4}(i+1)(1-i)^2$$

Localizzare le soluzioni sul piano complesso.

Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $\left| -\frac{i}{i+1} + \frac{3+2i}{-i-2} \right| > |2 + 3i|$.

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 04 Luglio 2017
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna
Domande di Teoria

NOME:

COGNOME:

N.MATR.:

1. È dato il numero complesso $z = 2e^{\frac{3}{5}\pi i}$. Quale di queste affermazioni è vera?

$\bar{z} = -2e^{\frac{5}{3}\pi i}$

$\bar{z} = \frac{1}{2}e^{\frac{3}{5}\pi i}$

$\bar{z} = 2e^{-\frac{3}{5}\pi i}$

2. Siano $f, F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Sotto le opportune condizioni, quale di queste affermazioni è corretta?

F è una primitiva di f se $f(x) = F(x)$ per $x \in [a, b]$.

F è una primitiva di f se $F'(x) = f(x)$ per $x \in [a, b]$.

F è una primitiva di f se $f'(x) = F(x)$ per $x \in [a, b]$.

3. Sono dati i vettori $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 6 \end{bmatrix}$, $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$. Allora il loro prodotto scalare

è dato da

$\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = 6$

$\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = 0$

$\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = [3, -3, 6]$

4. La derivata di $f(x) = \sqrt{x^2 + x}$ è data da

$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+x}}$

$f'(x) = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$

$f'(x) = \frac{2x+1}{2(x^2+x)}$

5. Siano $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : x > 3\}$. Allora

$A \cap B = \{x \in \mathbb{R} : 4 \leq x \leq 5\}$

$A \cap B = \{5\}$

$A \cap B = \{4, 5\}$