

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 04 Luglio 2019
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

NOME:

COGNOME:

N.MATR.:

1. Dopo aver determinato il dominio di definizione della funzione $f(x) = \frac{e^{x^2-1}}{x^2}$, determinarne gli estremanti relativi e assoluti.

Risposte:

Dominio: $A = \dots$

Derivata: $f'(x) = \dots$

Eventuali punti critici: \dots

Eventuali punti di massimo e minimo relativo: \dots

Eventuali punti di massimo e minimo assoluto: \dots

Limiti agli estremi del dominio: \dots

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \cos(x)}{(\sin(x))^2}$

Risposta (includere i passaggi principali): $\ell = \dots$

3. Calcolare il seguente integrale $\int_1^2 \ln(1+x^2) dx$

Risposta (includere i passaggi principali): $I = \dots$

4. Determinare il numero di soluzioni del seguente sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & -4 \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Risposta:

Soluzioni del sistema (se esistono): $(x_1, x_2, x_3) = \dots$

5. Dati i punti $A = (1, 2, 1)$, $B = (2, -1, 1)$, determinare l'equazione parametrica della retta r passante per questi due punti. Determinare quindi il piano ortogonale ad r e passante

per $P_0 = (-3, 1, 4)$. Trovare infine le coordinate del piede della perpendicolare della retta r sul piano calcolato.

Risposte:

Equazione parametrica della retta:

Equazione del piano:

Piede della perpendicolare:

6. Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(z)^3 = \frac{1}{3}i^3 \frac{(1-i)}{(i+1)}$$

e farne il grafico. Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $|\frac{i}{i+2} + \frac{-1+2i}{3i+1}| > |i+3|$.

Risposte:

Soluzioni:

Disuguaglianza (SI/NO, con in passaggi principali):

Grafico (anche nella pagina successiva):

Domande di Teoria

1. Siano $A =]1, 4[$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : x > 3\}$ e la loro intersezione $A \cap B$. Allora

$A \cap B = \{4\}$

$A \cap B = \emptyset$

$A \cap B =]3, 4[$

2. È data la funzione $f(x) = \frac{1}{x-1}$. Quale di queste affermazioni è corretta?

f è continua in tutto \mathbb{R}

f è continua in $\{x \in \mathbb{R}, x > 1\}$

f è definita al più in $\{x \in \mathbb{R}, x > 1\}$

3. Quale di queste funzioni è la derivata di $f(x) = \sin(x^2)$?

$f'(x) = 2x \cos(x^2)$

$f'(x) = 2x \sin(x^2)$

$f'(x) = 2 \sin(x)$

4. Sono dati i vettori $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$. Allora il loro prodotto scalare è dato da:

$\langle u, v \rangle = -1$

$\langle u, v \rangle = 1$

$\langle u, v \rangle = 0$

5. Per quali $x \in \mathbb{R}$ è verificata la diseuguaglianza $|x - 1| > 3 - x$?

Per $x > 2$

Per $x < -2$

Per $x < -1$ e per $x > 1$.