

**Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 5 Febbraio 2007**  
**Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna**

1. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x^2) - 1}{\sin x}.$$

2. Dopo aver determinato il dominio della funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+1},$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

3. Calcolare il seguente integrale

$$\int_2^3 \ln(x^2 - 1) dx$$

4. Determinare autovalori ed autovettori della seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

5. Determinare la retta  $r$  passante per  $A = (0, -1, 1)$  e parallela al vettore  $\mathbf{v} = (1, -1, 2)$ . Determinare quindi il piano  $\pi$  ortogonale ad  $r$  e passante per l'origine. Infine, individuare i punti su  $r$  che distano 4 dal piano.

6. Determinare tutte le soluzioni della seguente equazione complessa

$$(z + i)^4 = \frac{1 - i}{(1 + i)^2}$$