

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 5 Giugno 2013
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Dopo aver determinato il dominio A della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \ln \frac{x-1}{x+1},$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti e studiarne la convessità.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x)}{\sqrt{x^2 - x^3}}$$

3. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{y \rightarrow 0^+} \int_y^\pi \frac{\tan(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$$

4. Determinare autovalori e autospazi della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

e determinare un vettore non nullo \mathbf{x} tale che $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

5. Determinare la retta r di \mathbb{R}^3 passante per $P = (1, 2, 1)$ e parallela al vettore $\mathbf{v}^T = [0, 3, -3]$. Determinare anche la retta s passante per P e $Q = (-2, 1, 1)$. Determinare quindi l'equazione cartesiana e parametrica del piano contenente le rette r ed s .

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(z)^4 = i^3 \frac{(1-i)}{(1+i)^2}.$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $\left| \frac{-1+3i}{(i+1)(i-2)} \right| > |3+i|$.

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 5 Giugno 2013

Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

Domande di Teoria

1. Sia f una funzione invertibile e derivabile in ogni punto del suo dominio. Allora la derivata di f^{-1} , la sua inversa, è data da:

$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}$, con $y = f(x)$

$(f^{-1})'(x) = f'(x)$

$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(y)}$, con $y = f(x)$

2. Siano A una matrice con n righe ed n colonne. Condizione necessaria perchè esista la matrice inversa di A è:

$\det(A) = 0$

$\det(A) \neq 0$

$A = I$

3. Il numero reale $x_0 = 4$ **non** è punto di accumulazione per l'insieme:

$A = \mathbb{R} \setminus \{4\}$

$A = [2, 3] \cup \{4\}$

$A = (4, 5)$

4. Siano $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$. Quale di queste affermazioni **non** è vera?

$\mathbf{x}^T \mathbf{y} \in \mathbb{R}$

$\mathbf{x} \mathbf{y}^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$

$\mathbf{x} \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$

5. Si consideri la retta di \mathbb{R}^2 di equazione cartesiana $x + y - 2 = 0$. Allora un vettore direzione della retta è dato da:

$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$