

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 6 Marzo 2006
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \operatorname{arctg} t \, dt}{x^2}$$

2. Dopo aver determinato il dominio della funzione

$$f(x) = \ln \frac{x^2 - 1}{x + 2}$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

3. Provare che il seguente integrale è convergente, e calcolarlo:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + x + 1} \, dx$$

4. Determinare autovalori ed autovettori associati, della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$, il vettore $\mathbf{x}^T = [2, \alpha]$ è un autovettore di A ?

5. I seguenti 64 valori si riferiscono a misurazioni del tempo richiesto dalla luce per percorrere un percorso chiuso di un certo numero di metri.

16 16 19 20 21 21 22 22 23 23 23 24 24 24 24 24 25 25 25 25 25 26 26 26 26 26
27 27 27 27 27 27 28 28 28 28 28 28 28 29 29 29 29 29 30 30 30 31 31 32 32 32
32 32 33 33 34 36 36 36 36 37 39 40

Suddividere l'intervallo dei valori in 6 classi, e determinare le frequenze associate alle classi. Determinare media (\bar{x}), mediana e deviazione standard (s). Riportare i valori delle frequenze in un istogramma e commentare. Determinare infine i quartili e la percentuale di valori inclusi nell'intervallo $[\bar{x} - s, \bar{x} + s]$.

6. Studiare la convergenza della successione numerica di termine n -esimo

$$a_n = \frac{\ln(n!)}{\sqrt{n}}$$