

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 7 Febbraio 2011
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Dopo aver determinato il dominio A della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{e^{1-x}}{x^2 - 1},$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\int_0^x \sin^2(t) dt}{\sin^2 x}$$

3. Studiare la convergenza del seguente integrale:

$$\int_0^{+\infty} x^3 \arctan(x) dx$$

4. Dato il sistema omogeneo

$$\begin{pmatrix} \alpha & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

determinare α in modo che il sistema ammetta soluzioni oltre a quella banale. Per tale valore di α determinare quindi tutte le soluzioni.

5. Determinare la retta r passante per $P = (1, 1, 3)$ ed ortogonale al piano π di equazione $x + y - z = 2$. Determinare quindi la distanza di $Q = (3, -1, 1)$ dalla retta r e dal piano π .
6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$\left(\frac{z}{i}\right)^4 = \frac{(i+1)^2}{i-1}.$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $|1 - \frac{1}{3}i| > \frac{1}{2}$