

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 8 Luglio 2015
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. **(Per secondo parziale)** Dopo aver determinato il dominio A della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}.$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti. Per quali $x \in A$ la funzione è maggiore di 1?

2. **(Per secondo parziale)** Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (x - \frac{\pi}{2}) \operatorname{tg}(x)$$

3. **(Per secondo parziale)** Calcolare, se esiste, il seguente integrale:

$$\int_{-2}^2 \left| \frac{x+1}{x^2+1} \right| dx$$

4. **(Per secondo parziale)** Determinare per quali α il seguente sistema omogeneo ammette soluzioni non banali,

$$A\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \alpha \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Determinare quindi tali soluzioni.

5. Determinare la retta r ortogonale al piano π generato dai vettori $\mathbf{u}^T = [1, 1, 1]$ e $\mathbf{v}^T = [1, 2, -1]$ e passante per $P = (3, -1, 2)$. Determinare quindi il punto di intersezione H tra r e π , e la distanza tra H e P .
6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(z)^3 = \frac{(i+1)}{(i-1)i^2}$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $\left| \frac{1}{i+4} - \frac{7-6i}{1+i} \right| > 2$.

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 8 Luglio 2015
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna
Domande di Teoria

1. **(Per secondo parziale)** Quale di queste affermazioni è corretta?
 - $(x^2 \cos x)' = 2x \sin x$
 - $(x^2 \cos x)' = -x^2 \sin x + 2x \cos x$
 - $(x^2 \cos x)' = 2x - \sin x$

2. **(Per secondo parziale)** Siano $A = [0, 1)$ e $B = \{x \in \mathbb{R}, x^2 - 1 > 0\}$. Quale di queste affermazioni è vera?
 - $A \cap B = A$
 - $A \cap B = \emptyset$
 - $A \cap B = \{1\}$

3. **(Per secondo parziale)**. È data la matrice $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$. Quale di queste affermazioni è corretta?
 - Il rango di A è sempre uguale ad n
 - Il rango di A è sempre uguale ad m
 - Il rango di A è sempre minore o uguale a $\min\{n, m\}$

4. È data la retta di \mathbb{R}^2 , $r : a_1 x + a_2 y = d$, e sia $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2$. Quale di queste affermazioni è vera?
 - Il vettore \mathbf{a} deve sempre avere norma uno
 - Il vettore \mathbf{a} è ortogonale ad r
 - Il vettore \mathbf{a} è parallelo ad r

5. È dato il numero complesso $z = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{5}{4}\pi}$. A quale punto in \mathbb{C} corrisponde?
 - $z = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 1)$
 - $z = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, -1)$
 - $z = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1)$