

**Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 11 Giugno 2015**  
**Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna**

1. **(Per secondo parziale)** Dopo aver determinato il dominio  $A$  della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \ln(x^2 + 4x + 1),$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

2. **(Per secondo parziale)** Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x \sin(x)}{1 - \cos(x)}$$

3. **(Per secondo parziale)** Calcolare, se esiste, il seguente integrale:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \operatorname{arctg}(x) \, dx$$

4. **(Per secondo parziale)** Determinare, se esiste, la soluzione del sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  con

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

(Usare il metodo di eliminazione di Gauss)

5. Determinare la retta  $r$  passante per  $P_1 = (1, 1, 1)$  e con vettore direzione  $\mathbf{v}^T = [-1, 0, 1]$ . Determinare quindi la retta  $s$  passante per  $P_1$  e  $P_2 = (2, 3, -1)$ . Infine, determinare i punti  $s$  che distano 4 dalla retta  $r$ .
6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse  $z$  della seguente equazione

$$(z + i)^4 = \frac{(i - 1)^3}{i + 1}$$

- ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera:  $\left| \frac{i-1}{i+2} - \frac{i+1}{(-i)(3+i)} \right| > \frac{1}{2}$ .

**Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 11 Giugno 2015**  
**Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna**  
**Domande di Teoria**

1. **(Per secondo parziale)** Quale di queste affermazioni è corretta?
  - $\left(\frac{x^2}{\sin x}\right)' = \frac{-x^2 \cos x + 2x \sin x}{\sin^2 x}$
  - $\left(\frac{x^2}{\sin x}\right)' = \frac{2x}{\cos x}$
  - $\left(\frac{x^2}{\sin x}\right)' = \frac{2x + \sin x}{\cos x}$
  
2. **(Per secondo parziale)** Siano  $A$  l'intervallo  $A = [0, 1)$  e  $B = \{x \in \mathbb{R}, x \geq \exp(t), t \geq 0\}$ . Quale di queste affermazioni è vera?
  - $A \cap B = A$
  - $A \cap B = \{1\}$
  - $A \cap B = \emptyset$
  
3. **(Per secondo parziale)**. È dato il sistema omogeneo  $Ax = 0$ , con  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . Quale di queste affermazioni è corretta?
  - Il sistema ammette sempre almeno una soluzione
  - Il sistema ha come unica soluzione  $x = 0$
  - Il sistema non ha soluzioni
  
4. È data la retta di  $\mathbb{R}^2$ ,  $r : a_1x + a_2y = d$ , e sia  $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2$ . Quale di queste affermazioni è vera?
  - Il vettore  $\mathbf{a}$  deve sempre avere norma uno
  - Il vettore  $\mathbf{a}$  è ortogonale ad  $r$
  - Il vettore  $\mathbf{a}$  è parallelo ad  $r$
  
5. È dato il numero complesso  $z = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\frac{5}{4}\pi}$ . A quale punto in  $\mathbb{C}$  corrisponde?
  - $z = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 1)$
  - $z = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, -1)$
  - $z = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1)$