

**Prova scritta di Istituzioni di Matematica I**  
**12 Febbraio 2019**  
**Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna**

NOME:

COGNOME:

N.MATR.:

1. Dopo aver determinato il dominio  $A$  della funzione  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{1+x}$ , trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti, e studiarne il comportamento agli estremi del dominio.

**Risposte:**

Dominio:  $A = \dots$

Derivata:  $f'(x) = \dots$

Eventuali punti critici:  $\dots$

Eventuali punti di massimo e minimo relativo:  $\dots$

Eventuali punti di massimo e minimo assoluto:  $\dots$

Limiti agli estremi del dominio:  $\dots$

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite:  $\ell = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \ln(x)$ .

**Risposta (includere i passaggi principali):**  $\ell = \dots$

3. Calcolare, se esiste, il seguente integrale:  $I = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} |\ln(x)| dx$

**Risposta (includere i passaggi principali):**  $I = \dots$

4. Determinare, se esiste, la soluzione del sistema  $Ax = b$  con

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ -4 & -3 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

mediante il metodo di eliminazione di Gauss.

**Risposta:**

Soluzione del sistema:  $(x_1, x_2, x_3, x_4) = \dots$

5. Determinare le equazioni cartesiane e parametriche del piano  $\pi$  ortogonale alla retta  $r : P = P_0 + t(3, 1, 2)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ , e passante per  $P_0 = (2, -3, 2)$ . Determinare sulla retta  $r$  i punti che distano 2 dal piano.

**Risposte:**

Piano  $\pi$ . Equazione parametrica:

Piano  $\pi$ . Equazione cartesiana:

Punti su  $r$  che distano 2 da  $\pi$ :

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse  $z$  della seguente equazione

$$\left(\frac{z}{i}\right)^4 - 1 + i = 0$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni.

iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera:  $\left|\frac{(3-i)^2}{(2+i)} + \frac{1-2i}{i-1}\right| > \frac{4}{3}$ .

**Risposte:**

Soluzioni: ....

Disuguaglianza: ....

Grafico: ....

## Domande di Teoria

NOME:

COGNOME:

N.MATR.:

- Siano  $A = \{x \in \mathbb{R} : x < 2 \text{ e } x > 3\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 5x + 6 \leq 0\}$ . Allora
  - $A \cap B = \{2, 3\}$
  - $A \cap B = B$
  - $A \cap B = \emptyset$
- Sia  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ . Quale di queste informazioni è corretta?
  - $A = [-1, 1]$
  - $A = ] - 1, 1[$
  - $A = \mathbb{R}$
- È data la funzione  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ . Allora una sua primitiva è data da:
  - $F(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$
  - $F(x) = \sqrt{x^2 + 1}$
  - $F(x) = 2 \ln(x^2 + 1)$
- Siano  $u^T = [3, 2, -1]$ ,  $v^T = [-1, 0, -3]$ . Il loro prodotto vettoriale è dato da
  - $w^T = [-6, -8, 2]$
  - $w^T = [-6, 10, 2]$
  - $w^T = [0, 0, 1]$
- Sono dati il punto  $P_1 = (-3, 3, 1)$  e la retta  $r : P = P_0 + tv$  con  $P_0 = (1, 1, 1)$  e  $v^T = [-2, 1, 0]$ ,  $t \in \mathbb{R}$ . Quale di queste affermazioni è vera?
  - $P_1$  dista 1 dalla retta  $r$
  - $P_1$  dista 3 dalla retta  $r$
  - $P_1$  appartiene alla retta  $r$