

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 12 Giugno 2012
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sqrt{t} \sin t \, dt}{x^3}$$

2. Dopo aver determinato il dominio della funzione

$$f(x) = \sqrt{x^3 - x}$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

3. Studiare la convergenza del seguente integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} x e^{-x} \, dx$$

4. Determinare tutte le possibili soluzioni del sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

5. Dato il piano $\pi : x + 3y - z = 2$, determinare l'equazione della retta s perpendicolare a π e passante per $P = (1, -1, 0)$. Dopo aver verificato che il punto $Q = (0, 1, 1)$ appartiene a π , determinare la distanza di Q da s .

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(\bar{z})^3 = \frac{1(i+1)}{i(1-i)}$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $|\frac{1}{(i+1)^2} + 2i| > |(1-i)^2|$.