

**Prova scritta di Istituzioni di Matematica I**  
**13 Febbraio 2018**  
**Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna**

NOME:

COGNOME:

N.MATR.:

1. Dopo aver determinato il dominio  $A$  della funzione  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^{-x}}{x^2-1}$ , trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

**Risposte:**

Dominio:  $A = \dots$

Derivata:  $f'(x) = \dots$

Eventuali punti di massimo e minimo relativo:  $\dots$

Eventuali punti di massimo e minimo assoluto:  $\dots$

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite:  $\ell = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2(x)}{x^2 - 2x}$ .

**Risposta:**  $\ell = \dots$

3. Calcolare, se esiste, il seguente integrale:  $I = \int_{-2}^2 \left| \frac{x+1}{4+x^2} \right| dx$

**Risposta:**  $I = \dots$

4. Determinare la soluzione del sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

mediante il metodo di eliminazione di Gauss.

**Risposta:**

Soluzioni del sistema:  $\mathbf{x} = \dots$

5. Determinare la distanza tra  $P = (1, 1, -4)$  ed il piano  $\pi$  di equazione  $x - y + z + 3 = 0$ . Determinare quindi la retta  $r$  passante per  $P$  e per  $Q = (4, 1, 0) \in \pi$ . Infine, determinare la retta  $s$  per  $Q$  e perpendicolare a  $\pi$ .

**Risposte:**

Distanza: ....      Retta  $r$ : ....

Retta  $s$ : ....

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse  $z$  della seguente equazione

$$\left(\frac{1}{i}z\right)^4 = \frac{(i+1)^2}{(i-1)^3}.$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera:  $\left|\frac{2+i}{(i+1)^2} + \frac{2-i}{i-1}\right| > \frac{1}{2}$ .

**Risposte:**

Soluzioni: ....

Disuguaglianza: ....

Grafico: ....

**Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 13 Febbraio 2018**  
**Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna**  
**Domande di Teoria**

NOME:

COGNOME:

N.MATR.:

1. Sia  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = |x - 1|$ . Quale di queste informazioni è corretta?
  - La funzione  $f$  è derivabile su tutto il suo dominio.
  - La funzione  $f$  è continua su tutto il suo dominio.
  - La funzione  $f$  ha un punto di discontinuità in  $x = 1$ .
  
2. Sia  $A = \{x \in \mathbb{R}, 0 < x \leq 3\}$ . Allora
  - $A$  ha minimo
  - $A$  non è inferiormente limitato
  - $A$  è inferiormente limitato
  
3. Siano  $u^T = [1, -1, 1]$ ,  $v^T = [-2, 2, -1]$ . Il loro prodotto vettoriale è dato da
  - $u \times v = [-1, -1, 0]^T$
  - $u \times v = 0$
  - $u \times v = 2$
  
4. Sia  $r: \{P \in \mathbb{R}^3 : P = P_0 + tv, t \in \mathbb{R}\}$  con  $P_0 = (0, -1, 1)$  e  $\mathbf{v}^T = [3, -3, 6]$ , e sia  $\pi : x - y + 2z + 1 = 0$ . Quale di queste affermazioni è vera?
  - $r$  appartiene al piano  $\pi$
  - $r$  giace su un piano parallelo a  $\pi$
  - $r$  è ortogonale al piano  $\pi$
  
5. È data la funzione  $f(x) = x^2 / \cos(x)$ . Allora la sua derivata è data da:
  - $f'(x) = 2x / \cos(x) + x^2 \sin(x) / \cos(x)^2$
  - $f'(x) = -2x / \sin(x)$
  - $f'(x) = 1 / \cos(x) + \tan(x)$