Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 14 Gennaio 2015
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. (**Per secondo parziale**) Dopo aver determinato il dominio A della funzione
$$f\,:\,A\to\mathbb{R},\quad f(x)=\frac{\exp(x)}{1-x},$$
trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

2. (**Per secondo parziale**) Calcolare, se esiste, il seguente limite:
$$\lim_{x\to+\infty}(x+1)\exp(-\sqrt{x+1})$$

3. (**Per secondo parziale**) Calcolare, se esiste, il seguente integrale:
$$\int_2^3\frac{\ln(x+1)}{(1+x)^3}\,\mathrm{d}x$$

4. (**Per secondo parziale**) Determinare, se esiste, la soluzione del sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$ con
$$A=\begin{bmatrix}0&1&-1\\-1&1&0\\0&2&-2\end{bmatrix},\qquad \mathbf{b}=\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}.$$

5. Sia r la retta passante per $P=(1,-1,2)$ e parallela al vettore $\mathbf{v}=(0,1,3)$. Sia π il piano passante per $Q=(1,0,1)$ e perpendicolare ad r. Dopo aver determinato r e π, trovare il loro punto di intersezione. Trovare infine il piano parallelo a π passante per l'origine.

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione
$$(-z)^3=\frac{i(1-i)}{(i+1)}.$$
ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $\left|\frac{1}{i-2}-\frac{i-2}{(i+2)(1+i)}\right|>2$.

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 14 Gennaio 2015
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna
Domande di Teoria

1. (**Per secondo parziale**) Siano $f, g : [a, b] \to \mathbb{R}$. Quale di queste affermazione coincide con la derivata della composizione $(g \circ f)(x) = g(f(x))$?

   ☐ $(g(f(x)))' = g'(f(x))f'(x)$.

   ☐ $(g(f(x)))' = g'(x) + f'(x)$

   ☐ $(g(f(x)))' = f'(g(x))g'(x)$

2. (**Per secondo parziale**) Siano $A = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$. Quale di queste affermazioni è vera?

   ☐ A non ha punti di accumulazione

   ☐ $x = 1$ e $x = -1$ non sono punti di accumulazione per A

   ☐ Tutti i punti di $\mathbb{R}$ sono punti di accumulazione di A

3. (**Per secondo parziale**). Siano $A, B \in \mathbb{R}^{n\times m}$ con $n \neq m$. Quale di queste affermazioni è vera?

   ☐ $C = A + B \in \mathbb{R}^{n\times m}$

   ☐ $C = AB \in \mathbb{R}^{n\times n}$

   ☐ $C = AB \in \mathbb{R}^{m\times m}$

4. Siano $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$. Quale di queste affermazioni è vera?

   ($\langle \cdot, \cdot \rangle$ indica il prodotto scalare)

   ☐ $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ sono linearmente indipendenti se e solo se $\mathbf{u} = \mathbf{v}$.

   ☐ $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ sono linearmente indipendenti se e solo se $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = 0$.

   ☐ $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ sono linearmente dipendenti se e solo se esiste $\alpha \neq 0$ tale che $\mathbf{u} = \alpha\mathbf{v}$.

5. È dato il numero complesso $z = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$. A quale punto in $\mathbb{C}$ corrisponde?

   ☐ $z = (-1, 1)$

   ☐ $z = (-1, -1)$

   ☐ $z = (1, 1)$