Prova scritta di Istituzioni di Matematica I
14 Febbraio 2014
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. **(Per Secondo Parziale)** Dopo aver determinato il dominio A della funzione
$$f\,:\,A\to\mathbb{R},\quad f(x)=(1+x^2)e^{\frac{1}{x^2}},$$
trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

2. **(Per Secondo Parziale)** Calcolare, se esiste, il seguente limite:
$$\lim_{x\to0}\frac{1-\sqrt{1-2x^2}}{x^2}$$

3. **(Per Secondo Parziale)** Calcolare, se esiste, il seguente integrale:
$$\int_{-1}^{1}\frac{|x|}{4-x^2}\,\mathrm{d}x$$

4. **(Per Secondo Parziale)** Dato il sistema omogeneo
$$\begin{pmatrix}\alpha & 0 & 1\\ 2 & 3 & -2\\ 0 & -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$$
determinare α in modo che il sistema ammetta soluzioni oltre a quella banale. Per tale valore di α determinare quindi tutte le soluzioni mediante il metodo di eliminazione di Gauss.

5. Determinare la distanza tra $P=(1,1,-2)$ ed il piano π di equazione $x-y+1=0$. Determinare quindi la retta passante per P e per $Q=(1,2,1)\in\pi$. Infine, determinare la retta per Q e perpendicolare a π.

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione
$$\left(\frac{1}{i}z\right)^4=(i+1)/(i-1)^2.$$
ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $\left|\frac{1}{i-1}+\frac{1-i}{1+i}\right|>1$.

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 14 Febbraio 2014
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna
Domande di Teoria

1. **(Per Secondo Parziale)** Sia $f : A \to \mathbb{R}$, $f(x) = \cos(x)\sin(x)$. La funzione f è derivabile in A perchè:

   ☐ Perchè f è prodotto di due funzioni derivabili

   ☐ Perchè f è continua

   ☐ Perchè f è definita su tutto A

2. **(Per Secondo Parziale)** Sia A un insieme ordinato, e sia m un suo maggiorante. Allora

   ☐ Non puè esistere un maggiorante m

   ☐ Per ogni $x \in A$ vale $m \leq x$

   ☐ Per ogni $x \in A$ vale $m \geq x$

3. **(Per Secondo Parziale)** Siano $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ e $B \in \mathbb{R}^{m\times m}$ due matrici. Allora

   ☐ L'operazione di prodotto tra matrici AB è sempre definita

   ☐ L'operazione di prodotto tra matrici AB è definita per $n < m$

   ☐ L'operazione di prodotto tra matrici AB è definita per $n = m$

4. Siano r_1: $\{P \in \mathbb{R}^3 : P = P_0 + t\mathbf{v},\ t \in \mathbb{R}\}$ e r_2: $\{P \in \mathbb{R}^3 : P = Q_0 + t\mathbf{w},\ t \in \mathbb{R}\}$ due rette di $\mathbb{R}^3$. Quale di queste affermazioni è vera?

   ☐ r_1 e r_2 sono parallele se e solo se $\mathbf{v} = \mathbf{w}$

   ☐ r_1 e r_2 sono parallele se $\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = 0$

   ☐ r_1 e r_2 sono ortogonali se $\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = 0$

5. Sia dato il sistema lineare $Ax = b$ con $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $b \in \mathbb{R}^n$. Il sistema ammette una ed una sola soluzione se

   ☐ A è invertibile

   ☐ b coincide col vettore nullo

   ☐ $\det(A) = 0$.