

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 15 Febbraio 2012
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Dopo aver determinato il dominio A della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti. Studiarne quindi la convessità.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(x + 1)}{(\cos x)^2 \sin x}$$

3. Calcolare il seguente integrale:

$$\int_1^2 x^2 \operatorname{atan}(x) \, dx$$

4. Determinare per quali valori di α il sistema lineare

$$Ax = b \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \alpha \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ammette una sola soluzione. Determinare, se esiste, tale soluzione per $\alpha = 0$.

5. Determinare il piano π generato dalle rette $r_1 : P = P_0 + t(1, -1, 1)$, $t \in \mathbb{R}$, e $r_2 : P = P_0 + t(0, 2, -1)$, $t \in \mathbb{R}$, con $P_0 = (1, 3, -2)$. Determinare quindi la retta r ortogonale a π e passante per $A = (-1, 0, 1)$. Determinare quindi i punti su r che distano uno da P_0 .

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(iz)^3 = \frac{i(i+1)}{(1+i)}$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $|-i + (1 - 2i)^2| < |1 - i|$.