

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 15 Febbraio 2013
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Dopo aver determinato il dominio A della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x - 4}{\sqrt{x^2 - 1}},$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - 2x^2}{\sin(4x)}$$

3. Calcolare, se esiste, il seguente integrale:

$$\int_1^2 \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)} dx$$

4. Determinare tutti valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui il seguente sistema ammette una sola soluzione, e determinare tale soluzione per $\alpha = 0$:

$$Ax = b, \quad A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & \alpha \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

5. Determinare la retta r di \mathbb{R}^3 passante per $P = (-1, 1, 1)$ e parallela al vettore $v^T = (1, 2, -1)$. Determinare anche la retta s passante per P e $Q = (2, 1, 0)$. Determinare quindi l'equazione cartesiana e parametrica del piano contenente le rette r ed s .

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(z + 1)^3 = i \frac{(1 - i)}{(1 + i)^3}.$$

- ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $\left| \frac{(1-i)^2}{(i-2)} \right| > 1$.

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 15 Febbraio 2013

Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

Domande di Teoria

1. Il polinomio di Taylor di $f(x) = \sin(x)$ di grado 3 in un intorno di $x_0 = 0$ è dato da:

$T(x) = x - \frac{x^3}{3}$

$T(x) = x - \frac{x^3}{6}$

$T(x) = x + \frac{x^3}{3}$

2. Siano A una matrice con n righe ed m colonne, e sia B una seconda matrice con p righe e q colonne. L'operazione di prodotto $A \cdot B$ è possibile se:

$m = p$

$m = n$

$n = q$

3. Quale di queste funzioni è la derivata della funzione $f(x) = \arcsin(x)$?

$g(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$g(x) = \frac{1}{1+x^2}$

$g(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

4. Sia $z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$. Quale di queste affermazioni è vera?

$z = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{1}{4}\pi}$

$z = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{4}\pi}$

$z = \frac{1}{2}e^{\frac{3}{4}\pi}$

5. Due piani $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ e $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ si dicono paralleli se

$a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$

Esiste $\alpha \neq 0$ tale che $a_1 = \alpha a_2, b_1 = \alpha b_2, c_1 = \alpha c_2$

$d_1 = d_2 = 0$.