Prova scritta di Istituzioni di Matematica I

16 Luglio 2014

Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. **(Per Secondo Parziale)** Dopo aver determinato il dominio A della funzione

$$f\ :\ A \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{(x^2-1)}{\sqrt{4-x^2}},$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

2. **(Per Secondo Parziale)** Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2+x}{\sin(x)}$$

3. **(Per Secondo Parziale)** Calcolare, se esiste, il seguente integrale:

$$\int_1^4 \frac{\ln(1+x)}{(1+x)^2}\,\mathrm{d}x$$

4. **(Per Secondo Parziale)** Mediante il metodo di eliminazione di Gauss risolvere il seguente sistema lineare

$$Ax = b, \qquad \text{con} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ -1 & 2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \ b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

5. Determinare la retta r passante per $Q = (1, -1, 2)$ ed ortogonale al piano di equazione $2x + y + z = 3$. Determinare quindi la distanza di $P = (1, -1, 0)$ dalla retta r.

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(z)^4 = \frac{(i+1)^3}{i-1}.$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $\left|\frac{i-1}{i+1}\right| + \left|\frac{i}{i-2}\right| > 1$.

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 18 Giugno 2014
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna
Domande di Teoria

1. **(Per Secondo Parziale)** Sia $f : A \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(x)$. La funzione f è iniettiva nell'insieme:

   ☐ $D = [0, 2\pi]$

   ☐ $D = (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

   ☐ $D = (-\pi, \pi)$

2. **(Per Secondo Parziale)** Quale di queste affermazioni è vera?

   ☐ L'insieme $A = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ non ha punti di accumulazione

   ☐ L'intervallo $A = [0, 1)$ non ha minimo

   ☐ L'intervallo $A = (-2, 2)$ è limitato

3. **(Per Secondo Parziale)** Siano $x, y \in \mathbb{R}^n$. Quale di queste affermazioni è vera?

   ☐ Per $\alpha \in \mathbb{R}$ e $x, y \in \mathbb{R}^n$, vale $x + \alpha y \in \mathbb{R}^{2n}$

   ☐ Per $\alpha \in \mathbb{R}$ e $x, y \in \mathbb{R}^n$, vale $x + \alpha y \in \mathbb{R}$

   ☐ Per $\alpha \in \mathbb{R}$ e $x, y \in \mathbb{R}^n$, vale $x + \alpha y \in \mathbb{R}^n$

4. Siano r_1: $\{P \in \mathbb{R}^3 : P = P_0 + t\mathbf{v},\ t \in \mathbb{R}\}$ e r_2: $\{P \in \mathbb{R}^3 : P = Q_0 + t\mathbf{w},\ t \in \mathbb{R}\}$ due rette di $\mathbb{R}^3$. Quale di queste affermazioni è vera?

   ☐ r_1 e r_2 sono parallele se e solo se $\mathbf{v} = \mathbf{w}$

   ☐ r_1 e r_2 sono parallele se $\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = 0$

   ☐ r_1 e r_2 sono ortogonali se $\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = 0$

5. È data la matrice quadrata $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Quale di queste affermazioni è vera?

   ☐ A è sempre non singolare

   ☐ A è invertibile se e solo se esistono $y, x \in \mathbb{R}^n$ tali che $y = Ax$

   ☐ A è invertibile se esiste B tale che $BA = I = AB$.