

**Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 16 Settembre 2009**  
**Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna**

1. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x \sin x}{1 - \cos x}$$

2. Dopo aver determinato il dominio della funzione

$$f(x) = e^{\frac{x-1}{x^2+1}}$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

3. Calcolare il seguente integrale:

$$\int_1^2 \ln(1+x^2) dx$$

4. Determinare per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  il seguente sistema ammette una sola soluzione, e determinare tale soluzione per  $\alpha = 1$ :

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & \alpha \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

5. Determinare tutte le soluzioni complesse dell'equazione

$$z^5 = \frac{2i(1+i)^2}{1-i}.$$

6. a) Determinare la retta  $r$  passante per  $P_1 = (1, 2, -1)$  e con vettore direzione  $\mathbf{v}^T = [1, -1, 1]$ ; b) Determinare quindi la retta  $s$  passante per  $P_1$  e  $P_2 = (2, -2, 3)$ ; c) Determinare il piano  $\pi_1$  generato da  $r$  ed  $s$ ; d) Determinare il piano  $\pi_2$  parallelo a  $\pi_1$  e passante per  $P_3 = (1, 0, -2)$ .