

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 16 Settembre 2015
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. **(Per secondo parziale)** Dopo aver determinato il dominio A della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}.$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti. Per quali $x \in A$ la funzione è maggiore di 1?

2. **(Per secondo parziale)** Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (x - \frac{\pi}{2}) \operatorname{tg}(x)$$

3. **(Per secondo parziale)** Calcolare, se esiste, il seguente integrale:

$$\int_4^6 \frac{x+1}{x^3+1} dx$$

4. **(Per secondo parziale)** Determinare, se esiste, la soluzione del sistema lineare

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

5. Determinare la retta r ortogonale al piano π generato dai vettori $\mathbf{u}^T = [1, 1, 1]$ e $\mathbf{v}^T = [1, 2, -1]$ e passante per $P = (-3, 1, 0)$. Determinare quindi il punto di intersezione H tra r e π , e la distanza tra H e P .
6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(iz)^3 = \frac{(i+1)}{(i-1)i^2}$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $|\frac{i}{-i+2} - \frac{3+i}{1-i}| > 2$.

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 16 Settembre 2015
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna
Domande di Teoria

1. **(Per secondo parziale)** Quale di queste affermazioni è corretta?
 - $\int_0^1 x^2 dx = -1$
 - $\int_0^1 x^2 dx = 1$
 - $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$

2. **(Per secondo parziale)** Siano $A = [0, 1)$ e $B = \{x \in \mathbb{R}, x^2 - 1 > 0\}$. Quale di queste affermazioni è vera?
 - $A \cap B = A$
 - $A \cap B = \emptyset$
 - $A \cap B = \{1\}$

3. **(Per secondo parziale)**. È data la matrice $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Quale di queste affermazioni è corretta?
 - Il determinante di A è sempre uguale ad n
 - Il determinante di A è sempre diverso da zero
 - Il determinante di A è un numero reale

4. Sono dati $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$ e sia $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle$ il loro prodotto scalare. Quale di queste affermazioni è corretta?
 - $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = 0$ se e solo se \mathbf{u} e \mathbf{v} sono ortogonali
 - $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = 0$ se e solo se \mathbf{u} e \mathbf{v} sono complanari
 - $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = 0$ se e solo se \mathbf{u} e \mathbf{v} sono paralleli

5. È dato il numero complesso $z = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\frac{5}{4}\pi}$. A quale punto in \mathbb{C} corrisponde?
 - $z = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 1)$
 - $z = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, -1)$
 - $z = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1)$