

**Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 17 Febbraio 2010**  
**Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna**

1. Dopo aver determinato il dominio  $A \subseteq [0, 2\pi]$  della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \ln(\tan x)$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan x}{x^3 - x^2}$$

3. Calcolare, se esiste, il seguente integrale

$$\int_2^3 \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1 - \sqrt{x})} dx$$

4. Determinare autovalori e autospazi della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Determinare la retta  $r$  di  $\mathbb{R}^3$  passante per  $P = (1, -1, 1)$  e parallela al vettore  $\underline{v}^T = (1, 2, 2)$ . Determinare anche la retta  $s$  passante per  $P$  e  $Q = (2, -1, -1)$ . Determinare quindi il piano contenente le rette  $r$  ed  $s$ .

6. Determinare tutte le soluzioni complesse  $z$  della seguente equazione

$$z^3 = i \frac{1+i}{(1-i)^3}$$