

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 17 Settembre 2013
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Dopo aver determinato il dominio A della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \exp\left(\frac{(x-2)^2}{x+2}\right),$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti. Determinare tutti i punti x_0 tali che $f''(x_0) = 0$.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - \ln(1+x)}{x^3}$$

3. Calcolare, se esiste, il seguente integrale:

$$\int_0^2 \frac{|x-1|}{x^2-9} dx$$

4. Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente sistema omogeneo ammette soluzioni non banali:

$$A\mathbf{x} = \mathbf{0}, \quad A = \begin{bmatrix} \alpha & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Determinare quindi tali soluzioni.

5. Determinare la retta r passante per $A = (0, 2, 3)$ e $B = (1, 1, 1)$. Determinare l'equazione cartesiana del piano π ortogonale ad r e passante per A . Determinarne quindi l'equazione parametrica. Infine, determinare il piano parallelo a π e passante per l'origine.
6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(iz)^3 = \frac{i(1+i)}{(-1+i)^2}.$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $\left|2i - \frac{i+1}{(i-2)(i+1)}\right| > |i-1|$.

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 17 Settembre 2013

Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

Domande di Teoria

1. Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Quale di questi enunciati è vero?
 - Se f è continua in $x_0 \in [a, b]$, allora f è ivi derivabile.
 - Se f è derivabile in $x_0 \in [a, b]$, allora f è ivi continua.
 - f è derivabile in $x_0 \in [a, b]$ se e solo se f è ivi continua.

2. Si consideri il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ e \mathbf{x} vettore incognito. Quale di queste affermazioni è vera?
 - Se $\mathbf{b} = \mathbf{0}$ allora $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ è l'unica soluzione.
 - Esiste ed è unica la soluzione \mathbf{x} se e solo se A è singolare.
 - Se $\mathbf{b} = \mathbf{0}$ allora $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ è soluzione.

3. Siano $A = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Quale di queste affermazioni è vera?
 - $x = 1$ è punto di accumulazione di A
 - A non ha punti di accumulazione
 - I punti di A sono tutti e soli i punti di accumulazione di A

4. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x^2 + 1)$. La sua derivata f' è data da:
 - $f'(x) = 1/(2x)$
 - $f'(x) = 2x/(x^2 + 1)$
 - $f'(x) = e^{3x}$

5. Quale di queste affermazioni corrisponde alla definizione di retta in forma parametrica in \mathbb{R}^3 ?
 - Fissati $P_0 \in \mathbb{R}^3$ ed il vettore $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$, $r = \{P \in \mathbb{R}^3, \langle P, P_0 \rangle = t\|\mathbf{v}\|, t \in \mathbb{R}\}$
 - Fissati $P_0 \in \mathbb{R}^3$ ed il vettore $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$, $r = \{P \in \mathbb{R}^3, P = P_0 + t\mathbf{v}, t \in \mathbb{R}\}$
 - Fissati $P_0 \in \mathbb{R}^3$ ed il vettore $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$, $r = \{P \in \mathbb{R}^3, \langle P - P_0, \mathbf{v} \rangle = 0\}$