Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 18 Gennaio 2012
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Dopo aver determinato il dominio A della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^2 \sqrt{1 - x^2}$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti. Studiarne quindi la convessità.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x}}{3x}$$

3. Calcolare il seguente integrale:

$$\int_1^2 \ln(1 + x^2) dx$$

4. Determinare autovalori e autovettori della seguente matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Determinare il piano π per $A = (-1, 0, 3)$ ed ortogonale al vettore $\mathbf{v}^T = (1, -2, 2)$. Determinare quindi la retta r passante per A e per $B = (-2, 1, 4)$ ed i punti su r che distino 1 (uno) dal piano π .

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(z + 1)^4 = \frac{(i - 1)^4}{(2 - i)(1 - 2i)}$$

- ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $|2i - (3 - i)^2| < |1 + i|$.